KLS

Matemática financeira

Matemática financeira

João Carlos dos Santos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Santos, João Carlos dos
S237m Matemática financeira / João Carlos dos Santos. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016.
216 p.

ISBN 978-85-8482-435-9

1. Matemática financeira. 2. HP-12C (Máquina de calcular). 3. Investimentos - Análise. I. Título.

CDD 513

2016
Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 — Londrina — PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: http://www.kroton.com.br/

Sumário

Palavras do autor

Caro aluno, bem-vindo!

Nesta unidade curricular, você será apresentado aos principais tópicos de Matemática Financeira, tais como os conceitos de Juros Simples e Compostos.

O seu material é composto pelo livro didático, que apresenta os principais temas que deverão ser estudados; além deste, você também pode contar com a orientação das atividades apresentadas nas webaulas e ainda, os momentos de orientação, mediação, explicação e interação que ocorrem no decorrer das aulas. Participe ativamente das atividades! A estrutura de seu livro didático contempla quatro unidades de ensino. São elas:

- **Juros e parcelamentos – conceitos básicos**: apresenta juros simples e compostos e parcelamentos em séries de cada um dos regimes.
- **Aplicações dos conceitos básicos**: negociação, capital de giro, imposto sobre operações financeiras e taxa efetiva.
- **Financiamento**: valor presente, valor presente com entrada, determinação da taxa de juros do valor presente e taxa efetiva.
- **Investimento**: valor futuro, determinação da taxa de juros do valor futuro, amortização e cheque especial.

Prezado estudante, mantenha uma rotina de estudos que lhe possibilite dedicar-se aos processos de leitura, participação e realização das atividades propostas. É de extrema importância para que você obtenha sucesso tanto em construção e desenvolvimento de aprendizagem quanto em sua aplicação. Desde já desejo a você bons estudos!

Juros e Parcelamentos – Conceitos Básicos

Convite ao estudo

Caro aluno,

Você sabe por que devemos estudar matemática financeira?

A matemática financeira possui diversas aplicações no nosso sistema econômico. Você pode perceber isso facilmente se parar para observar as situações que acontecem em nosso dia a dia, por exemplo: ao financiar um carro, realizar empréstimos, comprar no crediário ou no cartão de crédito, realizar aplicações financeiras, investir em bolsas de valores, entre outras situações.

Você sabia que essas movimentações financeiras se baseiam na estipulação prévia de taxas de juros? Ou seja, ao realizar um empréstimo você efetua o pagamento geralmente em prestações mensais acrescidas de juros, isto é, o valor da quitação de empréstimo é superior ao valor inicial que você recebeu. Essa diferença de valor recebe o nome de juros.

É muito importante ter conhecimento sobre matemática financeira, principalmente no que diz respeito a juros, porque este conhecimento não só auxiliará a sua vida profissional, mas também a pessoal. Com esses conhecimentos você terá mais confiança para tomar suas decisões quanto a gastos e aplicações.

Portanto, nesta unidade você estará aprendendo os conceitos básicos de Matemática Financeira, como: Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples; Séries de Juros Simples ou Parcelamento em Juros Simples; Juros Compostos e Taxa Equivalente em Juros Compostos; Séries de Juros Compostos ou Parcelamento em Juros Compostos.

Os assuntos mencionados lhe darão base para que, no futuro, você possa compreender mais facilmente outros tópicos que veremos nas unidades posteriores.

Além disso, a partir deste estudo você irá desenvolver a seguinte competência: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo. E alcançará os seguintes objetivos: conhecer juros, taxa equivalente, e série em juros simples e compostos. Assim como conhecer e aplicar esses conhecimentos na descrição de fenômenos e situações-problema.

Nesta unidade, apresentamos uma situação real contendo várias situações-problema. Esperamos que ao término de cada seção de estudo você consiga resolver as situações apresentadas.

Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras com pagamento até 10 dias, sem entrada, sob taxa de juros simples de 3,0% a.m.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento até 10 dias, sob taxa de juros simples de 2,7% a.m.
- Compras sem entrada, com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 4,2% a.m.
- Compras com entrada e com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 3,6% a.m.
- Compras com pagamento entre 30 e 60 dias, sem entrada, sob taxa de juros compostos de 42,58% a.a.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento entre 30 e 60 dias, sob taxa de juros compostos de 36,67% a.a.
- Compras sem entrada, com duas parcelas mensais e iguais, sob taxa de juros compostos de 60,10% a.a.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e duas

parcelas mensais e iguais, sob taxa de juros simples de 52,87% a.a.

O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar nos prazos extremos de cada situação.

Se você estivesse no lugar da atendente, como faria para solucionar essa solicitação?

Seja bem-vindo a mais uma fase de aprendizado. Bom estudo!

Seção 1.1

Juros simples e taxa equivalente

Diálogo aberto

Caro aluno, Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples é um dos tópicos principais básicos da Matemática Financeira.

O conceito de juros simples é muito básico e também muito aplicado no dia a dia, aplicamos seu conceito e cálculo em multas, impostos, cheque especial, entre outros casos.

Nesta seção resolveremos a situação-problema proposta sobre um Centro Comercial que resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras com pagamento até 10 dias, sem entrada, sob taxa de juros simples de 3,0% a.m.
- Compras com entrada de 25% e pagamento até 10 dias, sob taxa de juros simples de 2,7% a.m.

O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita a atendente que apresente o quanto ele irá pagar no prazo de 10 dias em cada situação.

Coloque-se no lugar da atendente: o que você precisa saber para resolver esse problema usando Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples?

Ao final desta seção, esperamos que você conclua que para resolver o problema teremos de conhecer aspectos teóricos relacionados a Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples.

A seguir, veremos a teoria que nos ajudará a entender a técnica aqui comentada.

Não pode faltar

Você sabia que o conceito de juros surgiu no momento em que o homem percebeu a existência de afinidade entre o dinheiro e o tempo?

As situações de acúmulo de capital e desvalorização monetária davam a ideia de juros, pois isso acontecia em razão do valor momentâneo do dinheiro.

Reflita

Você sabe como os juros eram pagos? Eles eram pagos com sementes ou bens emprestados. Desse modo, os agricultores adquiriam as sementes para suas plantações com as transações comerciais. Depois da colheita, os agricultores realizavam o pagamento através de sementes com a seguida quantidade proveniente dos juros do empréstimo.

Ao longo do tempo, o pagamento de juros, a relação tempo/juros, foi se modificando de acordo com a necessidade de cada época. Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/matematica-financeira.htm>. Acesso em: 10 dez. 2015.

Em Matemática Financeira, vamos trabalhar usando muito os termos: capital, montante e juros.

Você sabe o significado destes termos?

Vamos ver a definição de cada um deles.

Capital (C): quantidade de recurso financeiro disponível ou exigido no ato de uma operação financeira, compra ou aplicação. O capital também é denominado como Valor Presente (VP) e Valor Atual (VA).

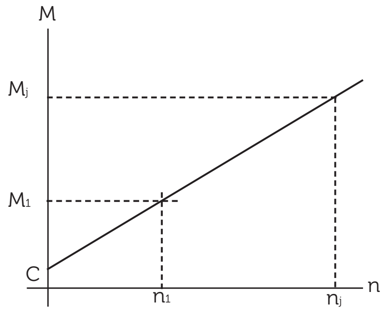
Montante (M): também denominado como Valor Futuro (VF), é o resultado futuro de operações financeiras realizadas com o capital.

Juros (J): são as compensações financeiras nas operações realizadas, representando um acréscimo. Pode ser o rendimento de uma aplicação financeira, o valor referente ao atraso no pagamento de uma prestação ou também uma quantia paga pelo empréstimo de um capital.

Juros simples e montante

É uma relação linear, conforme Figura 1.1:

Figura 1.1 | Representação gráfica dos juros simples



Fonte: o autor (2015).

A equação matemática é dada por:

$M=C+J$

Onde:

$J=Cin$

i= taxa de juros

n= prazo da operação financeira

Se: $M=C+J$ e $J = Cin$

Então podemos escrever: $M = C+Cin$

Como C aparece nos dois termos, podemos colocá-lo em evidência e a equação passa a ser escrita:

$M= C (1+in)$

e podemos afirmar que essa é a Equação do Montante com Juros Simples.

Há situações em que vamos negociar uma compra ou serviço que exige uma entrada financeira, nesse caso não há grande alteração no cálculo, veja:

O capital passa a ser o valor à vista menos a entrada, assim:

$C = AV - E$

AV = valor à vista;

E = entrada.

E a Equação do Montante com Juros Simples não sofre alteração:

$M = C\ (1+in)$

Exemplificando

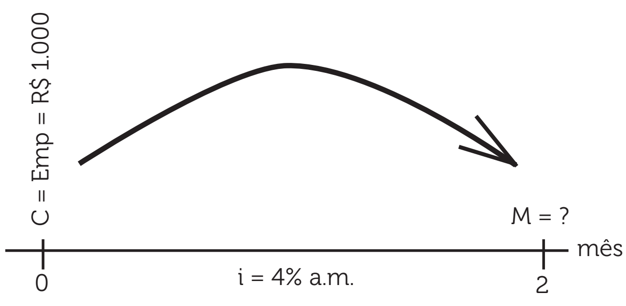
1. Uma pessoa tomou emprestado R$ 1.000,00 a uma taxa de juros simples de 4% a.m. (ao mês), para pagar após dois meses. Determine o valor a ser pago pelo empréstimo.

Resolução:

Vamos interpretar o problema: R$ 1.0000 é capital (*C*), porque é o valor atual que deverá ser pago no futuro; o valor a ser pago é o Montante (*M*), pois ocorrerá no futuro, após 2 meses; a taxa de juros (*i*) é 4% = 0,04, pois quando vamos utilizá-la em cálculos devemos dividir por 100, ou seja, apresentá-la em valor relativo; (*n*) é 2 meses, que é prazo para o pagamento.

Diagramando o problema, conforme Figura 1.2:

Figura 1.2 | Diagrama representativo do problema



Fonte: o autor (2015).

Agora vamos realizar o cálculo aplicando a equação geral dos juros simples:

$M = C\ (1+in)$

$M = 1000\ (1 + 0{,}04 \cdot 2)$

$M = R\$\ 1.080{,}00$

Resposta: Portanto, o valor a ser pago após 2 meses pelo empréstimo será de R$ 1.080,00 em regime de juros simples.

Taxa Equivalente em Juros Simples

Para entendermos Taxa Equivalente precisamos inicialmente conceituar o Período Comercial.

- Período Comercial:

- 1 mês = 30 dias em qualquer mês do ano.
- 1 ano = 360 dias.

A Taxa Equivalente (i_{eq}) em Juros Simples é muito simples, veja:

Assimile

- Quando a taxa for apresentada numa referência maior que a solicitada, deverá dividir pela proporção da referência menor com relação à maior, ou seja, se a taxa for apresentada ao ano e solicita-se ao mês, basta dividir a taxa anual por 12.
- Quando a taxa for apresentada numa referência menor que a solicitada, deverá multiplicar pela proporção da referência menor com relação a maior, ou seja, se a taxa for apresentada ao mês e solicita-se ao ano, basta multiplicar a taxa mensal por 12.

Pesquise mais

Amplie seu conhecimento, acesse o link: Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=ydDaevz3YQU>. Acesso em: 27 set. 2015.

Exemplificando

2. Calcule a taxa equivalente em juros simples de 24% a.a (ao ano) em ao mês; e 1,5% a.m. (ao mês) em ao ano.

Resolução:

24% a.a. = ? a.m.

Como explicado na teoria, temos a taxa em um ano e desejamos a taxa em um mês; como o ano tem 12 meses, devemos então dividir por 12, porque ano (apresentado) é maior que mês (solicitado):

$$i_{eq} = \frac{0{,}24}{12} = 0{,}02 = 2\%$$

Portanto 24% a.a. = 2% a.m.

1,5% a.m. = ? a.a.

Como também explicado na teoria, temos a taxa em um mês e desejamos a taxa em um ano; como o ano tem 12 meses, devemos então multiplicar por 12, porque mês (apresentado) é menor que ano (solicitado):

$$i_{eq} = 0{,}015 \cdot 12 = 0{,}18 = 18\%$$

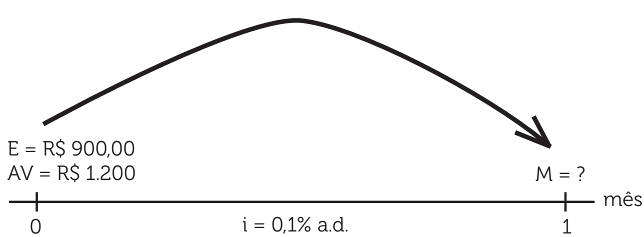
Portanto, 1,5% a.m. = 18% a.a.

Uma pessoa realiza uma compra cujo valor à vista é de R$ 1.200,00, mas dá uma entrada de R$ 300,00 e o restante deverá ser pago após 1 mês, sob taxa de juros simples de 0,1% a.d. (ao dia). Determine o valor a ser pago após 1 mês.

Resolução:

A Figura 1.3 ajuda a interpretar o problema apresentado.

Figura 1.3 | Diagrama representativo do problema



Fonte: o autor (2015).

O problema pede para calcular o valor a ser pago após um mês e a taxa é apresentada ao dia, então devemos convertê-la ao mês.

$i_{eq} = 0,001 \cdot 30 = 0,03 = 3\%$ a.m.

Ainda foi apresentado o valor à vista de R$ 1.200,00 e a entrada de R$ 300,00, e para calcular o valor a ser pago após 1 mês necessitamos do capital. Sabemos que com essas variáveis o capital é dado por:

$C = AV - E = 1200 - 300$

$C =$ R$ 900,00

Agora podemos calcular o valor a ser pago (M) após 1 mês, pela Equação do Montante de Juros Simples.

$M = C\,(1+in)$

$M = 900\,(1+0,03 \cdot 1)$

$M =$ R$ 927,00

Resposta: O valor a ser pago após 1 mês será de R$ 927,00 em regime de juros simples.

Faça você mesmo

1. Uma pessoa realiza uma compra cujo valor à vista é de R$ 800,00, mas dá uma entrada de R$ 350,00 e o restante deverá ser pago após 2 meses sob taxa de juros simples de 42% a.a. Determine o valor a ser pago após 2 meses.

Resposta: O valor a ser pago após 2 meses será de R$ 481,50 em regime de juros simples.

Reflita

Qual seria o valor a ser pago após 1 ano? Você saberia responder?

Sem medo de errar!

Vamos relembrar o problema proposto inicialmente: um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras com pagamento até 10 dias, sem entrada e sob taxa de juros simples de 3,0% a.m.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento até 10 dias, sob taxa de juros simples de 2,7% a.m.

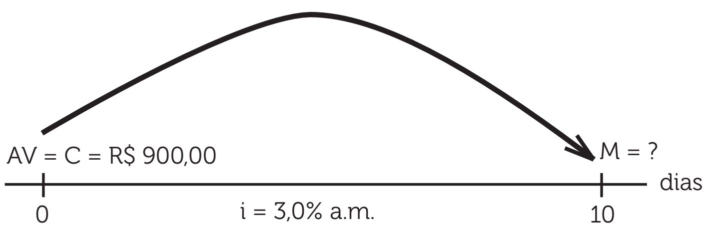
O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar no prazo de 10 dias em cada situação.

Resolução:

- Compras com pagamento até 10 dias, sem entrada e sob taxa de juros simples de 3,0% a.m.

A Figura 1.4 mostra a interpretação da SP.

Figura 1.4 | Diagrama representativo da SP



Fonte: o autor (2015).

O problema pede para calcular o valor a ser pago após 10 dias e a taxa é apresentada ao mês, então devemos convertê-la para ao dia.

$$i_{eq} = \frac{0,03}{30} = 0,001 = 1\% \text{ a.d.}$$

Agora, podemos calcular o valor a ser pago (M) após 10 dias, pela Equação do Montante de Juros Simples.

$$M = C\,(1+in)$$

$$M = 900\,(1+0,001 \cdot 10)$$

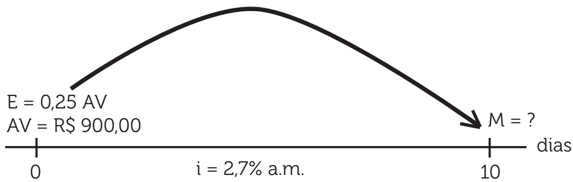
$$M = R\$\ 909,00$$

Portanto, o valor a ser pago após 10 dias, sem entrada, será de R$ 909,00 em regime de juros simples.

- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento até 10 dias, sob taxa de juros simples de 2,7% a.m.

Essa etapa da SP é interpretada conforme a Figura 1.5.

Figura 1.5 | Diagrama representativo da SP



Fonte: o autor (2015).

O problema pede para calcular o valor a ser pago após 10 dias e a taxa é apresentada ao mês, então devemos convertê-la para o dia.

- $i_{eq} = 0,027/30 = 0,0009 = 0,09\%\ a.d.$

Ainda foi apresentado o valor à vista (AV) de R$ 900,00 e a entrada igual a 25% do valor à vista e para calcular o valor a ser pago após 10 dias necessitamos do capital e sabemos que com essas variáveis a entrada (E) é dada por

$$E=0,25\cdot AV=0,25\cdot 900;\ E=R\$225,00\ ,$$

então o capital (C) será:

$$C=AV-E=900-225;\ C=R\$675,00\ .$$

Agora podemos calcular o valor a ser pago (M) após 10 dias, pela Equação do Montante de Juros Simples:

$$M=C(1+in)=675(1+0,0009\cdot 10);\ M=R\$681,08\ .$$

Portanto o valor a ser pago após 10 dias após entrada de R$ 225,00 será de R$ 681,08 em regime de juros simples.

Atenção

A taxa de juros, quando for utilizada em cálculo, deverá estar em número relativo, para isso deverá ser dividida por 100.

Lembre-se

$C = AV - E$
$M = C\,(1+in)$

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples	
1. Competência Geral	Cálculo do valor presente em função do tipo de pagamento.
2. Objetivos de aprendizagem	Cálculo do Valor Presente e do Valor Futuro em função do tipo de financiamento de Juros Simples.
3. Conteúdos relacionados	Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples.
4. Descrição da SP	Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições: • Compras com entrada e pagamento em até 15 dias, sob taxa de juros simples de 0,08% a.d. Uma pessoa realizou uma compra de R$ 1.100,00 e, ao chegar ao caixa, o atendente lhe informou que sua compra resultou num pagamento de R$ 708,40 com vencimento em 15 dias. Qual foi o valor da entrada?
5. Resolução da SP	Temos o conhecimento do valor à vista (AV = $R\$ 1.100,00$) e do valor a ser pago após 15 dias (M = $R\$ 708,40$), então precisamos saber qual foi o capital (C) que resultou no montante (M), sabendo que: $C\,(1+in) = M$ $C\,(1+0,0008 \cdot 15) = 708,40$ $1,012C = 708,40$ $C = \frac{708,40}{1,012}$ $C = R\$\ 700,00$ Agora podemos saber o valor da entrada (E) $AV - E = C$ $1100 - E = 700$ $E = R\$\ 400,00$ **Portanto, a entrada paga foi de R$ 400,00.**

Faça você mesmo

Uma pessoa realiza uma compra pagando uma entrada de R$ 200,00. O restante deverá ser pago após 2 meses, com um pagamento de

R$ 630,00, valor que foi calculado sob uma taxa de juros simples de 30% a.a. Determine o valor à vista da compra.

Resposta: O valor à vista da compra foi de R$ 800,00.

Lembre-se

Capital (*C*) é uma relação financeira presente.

Montante (*M*) é uma relação financeira futura.

Faça valer a pena

1. Toda compra ou serviço tem um valor à vista que também chamamos de capital. Assinale a alternativa que apresenta a definição de capital.

a) Valor futuro sem incidência de juros.

b) Valor futuro com a incidência de juros.

c) Valor presente, por isso não há incidência de juros.

d) Valor parcial da compra ou serviço pago no ato da realização financeira, sem a incidência de juros.

e) Valor presente com a incidência de juros.

2. Há situações em que realizamos uma compra ou contratamos um serviço, mas pagamos depois de um certo tempo. Assinale a definição correta desse pagamento:

a) Valor presente com incidência de taxa de juros.

b) Valor futuro sem a incidência de taxa de juros.

c) Valor presente parcial sem a incidência de taxa de juros.

d) Montante ou valor futuro em que há incidência de taxa de juros sobre o capital.

e) Entrada com incidência de taxa de juros.

3. Quando contratamos um serviço ou realizamos uma compra para pagarmos no futuro, às vezes nos solicitam que seja paga uma entrada. Assinale a alternativa que apresenta a definição correta de "entrada":

a) Pagamento parcial do valor à vista sem incidência de taxas de juros.

b) Pagamento parcial do valor à vista com incidência de taxas de juros.

c) Pagamento parcial do valor futuro com ou sem incidência de taxas de juros.

d) Pagamento total do valor à vista sem incidência de taxas de juros.

e) Pagamento parcial do valor à vista com incidência de taxas de juros.

Seção 1.2

Série de juros simples

Diálogo aberto

Caro aluno,

Na seção anterior deste livro tivemos contato com o universo da matemática financeira no que diz respeito a Juros Simples e Taxa Equivalente em Juros Simples. Nesta seção, vamos continuar nossos estudos aprendendo agora sobre Séries de Juros Simples, que é a apresentação do cálculo de parcelamento em Juros Simples.

Muitas vezes, ao comprar um carro, imóvel ou qualquer outra coisa financiada, as pessoas têm dificuldade em calcular o valor das parcelas a serem pagas, não é mesmo?

Quem já não viu o seguinte tipo de comunicado, divulgado por alguma loja: Taxa de juros de 0,69%! Você saberia verificar se o valor da parcela pago pelo produto foi calculado com essa taxa de juros? Não? Vamos aprender!

Podemos observar, por meio dos exemplos acima, a importância do estudo desses conceitos em nossa vida tanto profissional quanto pessoal. As técnicas aqui apresentadas estão apoiadas nos conceitos vistos na seção anterior, Seção 1.1.

Ao término da apresentação da teoria e exemplificação, você será convidado a resolver mais uma etapa da situação que o Sr. Alberto apresentou para a atendente do Centro Comercial, veja:

Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras sem entrada, com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 4,2% a.m.
- Compras com entrada e com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 3,6% a.m.

O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar nos prazos extremos de cada situação.

Colocando-se no lugar da atendente: o que você precisa saber para resolver esse problema usando Séries de Juros Simples?

Ao final desta seção, esperamos que você conclua que para resolver o problema teremos de conhecer aspectos teóricos relacionados a Séries de Juros Simples.

A seguir, veremos a teoria que nos ajudará a entender a técnica aqui comentada.

Não pode faltar

Séries de Juros Simples poderia ter também como denominação Parcelamento em Juros Simples, ou ainda, Financiamento em Juros Simples. Como dito anteriormente, esse assunto tem como base o que foi apresentado na Seção 1.1. Vamos aprofundar nossos estudos?

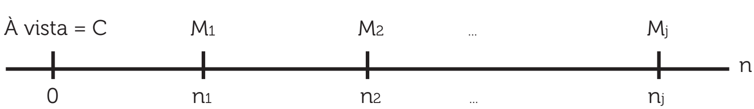
$M=C\,(1+in) \Rightarrow$ *Equação Geral do Montante de Juros Simples*

Que podemos escrever:

$$C=\frac{M}{(1+in)}$$

Com essa nova forma de apresentar a Equação Geral do Montante de Juros Simples podemos explicar a Série de Juros Simples, considerando que cada parcela ou prestação são pequenos Montantes (*M*) e o valor à vista de uma compra é o Capital, conforme Figura 1.6.

Figura 1.6 | Esquema de financiamento ou parcelamento



Fonte: o autor (2015).

Considerando que cada parcela irá gerar um capital, teremos:

$c_1 = \frac{M_1}{1+in_1}$; $c_2 = \frac{M_2}{1+in_2}$; ...; $c_j = \frac{M_j}{1+in_j}$

E:

$C = c_1+c_2+...+c_j$

Então:

$C = \frac{M_1}{1+in_1} + \frac{M_2}{1+in_2} + ... + \frac{M_j}{1+in_j}$

Assim, concluímos:

$C = \sum_{j=1}^{j} = \frac{M_j}{1+in_j}$

Em uma situação que trabalhamos com pagamento de entrada (E), como estudado na Seção 1.1:

$C = AV - E$

Passamos a escrever:

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1+in_j}$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1+in_j}$$

Assimile

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1+in_j}$$

$$C = AV - E$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1+in_j}$$

Pesquise mais

Amplie seu conhecimento, acesse o link: Disponível em:

<https://www.google.com.br/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=serie+de+pagamentos+juros+simples&start=10>. Acesso em: 1 out. 2015.

Exemplificando

1. Uma pessoa deseja comprar um artigo em 2 vezes mensais e iguais, sabendo que o preço à vista é R$ 740,00. O parcelamento será realizado sob a taxa de juros simples de 4% a.m. Determine o valor das parcelas.

Resolução:

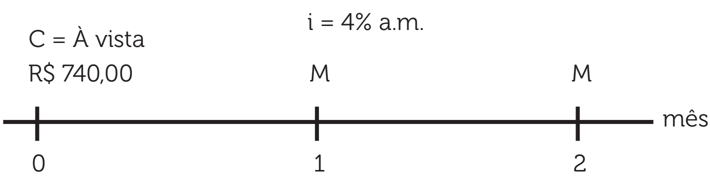
Interpretação: 2 vezes iguais e mensais → 2 parcelas iguais a *M*, ou seja cada uma delas vale *M*. Mensais → ocorrerão nos meses 1 e 2 a partir da compra;

À vista = Capital (*C*) = R$ 740,00.

Taxa de juros simples = *i = 4% a.m. = 0,04 a.m.*

O diagrama a seguir ajuda a interpretar melhor a situação apresentada.

Figura 1.7 | Diagrama representativo da situação a ser resolvida



Fonte: o autor (2015).

Aplicando a Equação da Série de Juros Simples:

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

$$\frac{M}{1+0{,}04 \cdot 1} + \frac{M}{1+0{,}04 \cdot 2} = 740$$

Como *M* aparece nas duas parcelas, podemos colocá-lo em evidência, ficando dessa forma:

$$\left(\frac{1}{1,04} + \frac{1}{1,08}\right)M = 740$$

$$(0,9615 + 0,9259)M = 740$$

$$1,8874M = 740$$

$$M = \frac{740}{1,8874}$$

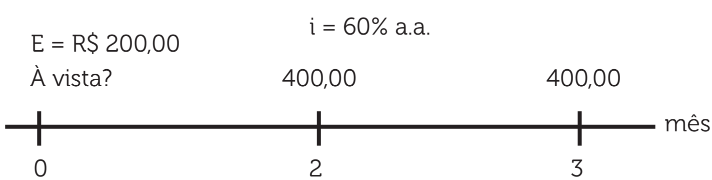
M = R$ 392,07

Resposta: Portanto, serão duas parcelas mensais e iguais a R$ 392,07.

2. Um produto está com sua venda anunciada em duas parcelas iguais a R$ 400,00, vencendo em dois meses, com entrada de R$ 200,00. Tendo conhecimento que esses valores foram obtidos sob taxa de juros simples de 60% a.a., determine o valor à vista do produto.

Resolução:

Figura 1.8 | Diagrama representativo do exemplo 2



Fonte: o autor (2015).

$i_{eq} = \frac{0,60}{12} = 0.05$ a.m.=5% a.m. (Seção 1.1.)

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

$$AV - 200 = \frac{400}{1+0,05 \cdot 2} + \frac{400}{1+0,05 \cdot 3}$$

$$AV = \frac{400}{1,10} + \frac{400}{1,15} + 200$$

$AV = 363,64 + 347,83 + 200$

$AV = R\$ \ 911,47$

Portanto, o valor à vista do produto é R$ 911,47.

Faça você mesmo

Uma calculadora científica custa R$ 500,00. Paulo necessita adquiri-la para fazer a prova de Matemática Financeira ao final do bimestre. Sua intenção é parcelar o pagamento em três vezes mensais e iguais a R$ 100,00, sabendo que a taxa aplicada no parcelamento é de 54% a.a. em regime de juros simples, determine qual deverá ser o valor da entrada.

Resposta: O valor da entrada deverá ser de R$ 224,46.

Reflita

Como você faria um parcelamento em juros simples?

Sem medo de errar!

Como citado no início desta seção, você deverá se colocar no lugar da atendente e apresentar o que foi solicitado pelo Sr. Alberto.

Relembrando a situação: Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras sem entrada, com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 4,2% a.m.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 3,6% a.m.

O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar nos prazos extremos de cada situação.

Resolução:

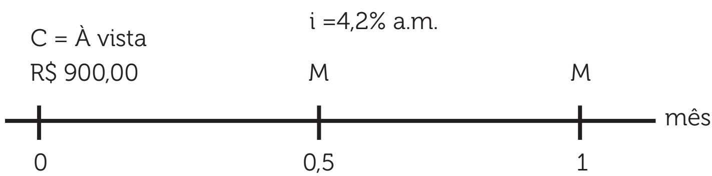
- Compras sem entrada, com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 4,2% a.m.

Sendo parcelas a cada 15 dias e taxa dada ao mês, podemos trabalhar, ao invés de 15 e 30 dias, com 0,5 e 1 mês, porque 15 dias = 0,5 mês e 30 dias = 1 mês; assim não precisamos calcular a taxa equivalente em juros simples.

Como não há entra *C = AV = R$ 900,00.*

Essa etapa da SP é representada pela Figura 1.9

Figura 1.9 | Diagrama representativo da etapa da SP a ser resolvida



Fonte: o autor (2015).

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

$$\frac{M}{1+0{,}042 \cdot 0{,}5} + \frac{M}{1+0{,}042 \cdot 1} = 900$$

Como *M* aparece nas duas parcelas, podemos colocá-lo em evidência:

$$\left(\frac{1}{1{,}021} + \frac{1}{1{,}042}\right) M = 900$$

$$(0{,}9794+0{,}9597)M = 900$$

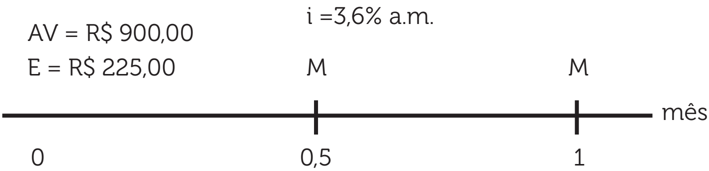
$$1{,}9391M = 900$$

$$M = \frac{900}{1{,}9391}$$

M=R$ 464,13

- Compras com entrada e com duas parcelas quinzenais e iguais, sob taxa de juros simples de 3,6% a.m.

Figura 1.10 | Diagrama representativo da resolução da segunda etapa da SP



Fonte: o autor (2015).

$$E = 0{,}25AV = 0{,}25 \cdot 900$$

$$E = R\$225{,}00$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

$$900 - 225 = \frac{M}{1+0{,}036 \cdot 0{,}5} + \frac{M}{1+0{,}036 \cdot 1}$$

$$675 = \frac{1}{1{,}018} + \frac{1}{1{,}036} \quad M$$

$$675 = (0{,}9823 + 0{,}9653)M$$

$$675 = 1{,}9476M$$

$$\frac{675}{1{,}9476} = M$$

M = R$ 346,58

Resposta: Se for escolhido o pagamento em duas parcelas quinzenais sem entrada, cada parcela terá o valor de R$ 464,13; mas optando por duas parcelas quinzenais com entrada, o Sr. Alberto deverá pagar uma entrada de R$ 225,00 e cada parcela terá o valor de R$ 346,58.

Atenção

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

$$C = AV - E$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

Lembre-se

Período Comercial:

1 mês = 30 dias.

1 ano = 360 dias.

1 ano = 6 bimestres.

1 ano = 4 trimestres.

1 ano = 3 quadrimestres.

1 ano = 2 semestres.

1 biênio = 2 anos.

1 triênio = 3 anos.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Série de Juros Simples	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Cálculo do Valor Presente e do Valor Futuro em função do tipo de financiamento de Juros Simples.
3. Conteúdos relacionados	Séries de Juros Simples.
4. Descrição da SP	Uma pessoa realizou uma compra de R$ 1.300,00, pagou uma entrada de R$ 400,00 e o restante deverá ser pago em duas parcelas mensais nos valores de R$ 600 e R$ 400,00, respectivamente. A negociação realizou-se sob o regime de juros simples, determine a taxa de juros aplicada.

5. Resolução da SP	$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$ $1300 - 400 = \frac{600}{(1+1i)} + \frac{400}{(1+2i)}$ $900 = \frac{600}{(1+1i)} + \frac{400}{(1+2i)}$ $(\div 100)$ $9 = \frac{6}{(1+1i)} + \frac{4}{(1+2i)}$ O mmc $[(1+1i)$ e $(1+2i)] = (1+1i)(1+2i) = 2i^2 + 3i + 1$ $9 = \frac{6(1+2i) + 4(1+1i)}{(1+1i)(1+2i)}$ $9(1+1i)(1+2i) = 6(1+2i) + 4(1+1i)$ $9(2i^2 + 3i + 1) = 6 + 12i + 4 + 4i$ $18i^2 + 27i + 9 = 16i + 10$ $18i^2 + 27i + 9 - 16i - 10 = 0$ $18i^2 + 11i - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 11^2 - 4 \cdot 18 \cdot (-1)$ $\Delta = 193$ $i = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $i = \frac{-11 \pm \sqrt{193}}{2 \cdot 18}$

	$i = \dfrac{-11 + 13{,}8924}{2 \cdot 18}$ $i = 0{,}0803$ a.m. $= 8{,}03\%$ a.m

Lembre-se

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

$$C = AV - E$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{1 + in_j}$$

Faça você mesmo

Uma pessoa realiza uma compra e parcela em três vezes iguais a R$ 150,00, com vencimento a cada 10 dias, sob a taxa de juros simples de 180% a.a., e também pagou uma entrada de R$ 200,00. Determine o valor à vista da compra.

Resposta: O valor à vista da compra foi de R$ 609,67.

Faça valer a pena

1. Um empréstimo sob a taxa de juros simples de 0,2% a.d. resultou em três parcelas quinzenais e iguais a R$ 200,00. Calcule o valor que foi tomado de empréstimo.

a) R$ 600,00.
b) R$ 666,43.
c) R$ 566,34.
d) R$ 450,00.
e) R$ 366,21.

2. Tomou-se de empréstimo a quantia de R$ 1.200,00 sob a taxa de juros simples de 3% a.m. para ser pago em três parcelas mensais. Calcule o valor das parcelas.

a) R$ 400,00.
b) R$ 300,00.
c) R$ 366,34.
d) R$ 423,77.
e) R$ 369,21.

3. Uma pessoa realizou uma compra que foi financiada em três parcelas mensais e iguais a R$ 350,00, o financiamento foi realizado sob a taxa de 48% a.a. Determine o valor da compra.

a) R$ 700,00.
b) R$ 800,34.
c) R$ 900,00.
d) R$ 1.050,00.
e) R$ 973,11.

Seção 1.3

Juros compostos e taxa equivalente

Diálogo aberto

Caro aluno, Juros Compostos e Taxa Equivalente em Juros Compostos também estão entre os principais tópicos da Matemática Financeira.

Nesta seção vamos aprender o regime de capitalização composto ou exponencial, em que os juros incidem sobre o principal e os juros dos períodos anteriores. Também estudaremos as taxas equivalentes, que podem ser comparadas quando aplicadas a períodos de tempo diferentes, e algumas aplicações práticas da capitalização composta no mercado financeiro.

O regime de juros compostos é o mais comum no sistema financeiro e o mais útil para cálculos de problemas do dia a dia. Aplicamos seu conceito e cálculos em financiamentos, investimentos, compras parceladas a longo prazo, entre outros.

Vamos ver uma aplicação resolvendo a situação-problema proposta sobre o um Centro Comercial que resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras com pagamento entre 30 e 60 dias, sem entrada, sob taxa de juros de juros compostos de 42,58% a.a..
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento entre 30 e 60 dias, sob taxa de juros compostos de 36,67% a.a.

O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar no prazo de 60 dias em cada situação.

Colocando-se no lugar da atendente: o que você precisa saber para resolver esse problema usando Juros Compostos e Taxa Equivalente em Juros Compostos?

Ao final desta seção, esperamos que você conclua que para resolver o problema teremos de conhecer aspectos teóricos relacionados a Juros Compostos e Taxa Equivalente em Juros Compostos.

A seguir, veremos a teoria que nos ajudará a entender a técnica aqui comentada.

Não pode faltar

No regime de capitalização composta ou exponencial, os juros são incorporados ao principal a cada período de pagamento, que chamamos de período de capitalização. Esse regime difere do regime de capitalização de juros simples estudado nas seções anteriores, pois considera o resgate dos juros a cada período. Já na capitalização composta, os juros são calculados sobre o valor corrigido do período anterior e a taxa de juros varia exponencialmente em função do tempo.

As interpretações dos termos capital, montante e juros são as mesmas estudadas na Seção 1.1.

Lembre-se

Capital (C): quantidade de recurso financeiro disponível ou exigido no ato de uma operação financeira, compra ou aplicação. O capital também é denominado como Valor Presente (VP) e Valor Atual (VA).

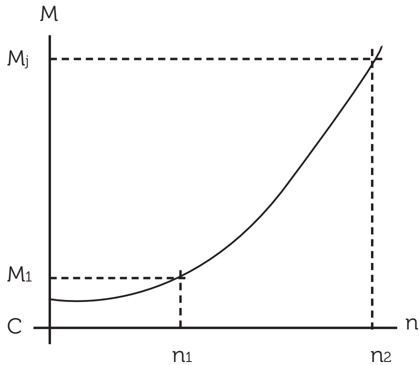
Montante (M): também denominado como Valor Futuro (VF), é o resultado futuro de operações financeiras realizadas com o capital.

Juros (J): são as compensações financeiras nas operações realizadas, representando um acréscimo.

Juros Compostos

É uma relação exponencial, conforme Figura 1.11:

Figura 1.11 | Representação gráfica dos juros compostos



Fonte: o autor (2015).

A equação matemática é dada por:

$M = C(1+i)^n$

i = taxa de juros

n = prazo da operação financeira

$M = C(1+i)^n$

Podemos dizer que essa é a **Equação do Montantes com Juros Compostos.**

Algumas situações em que vamos negociar uma compra ou serviço exigem uma entrada financeira, nesse caso não há grande alteração no cálculo.

O capital passa a ser o valor à vista menos a entrada, assim:

$C = AV - E$

AV = valor à vista.

E = entrada.

E a Equação Geral dos Juros Compostos não sofre alteração:

$M = C(1+i)^n$

Geralmente expressamos o prazo n de acordo com a unidade de tempo da taxa. Mas poderíamos também expressar i de acordo com a unidade usada para n. Em algumas situações teremos que escolher uma entre duas taxas para aplicação, por exemplo, uma anual e uma mensal. Dessa forma, em ambas as situações teremos que ajustar a taxa de juros para adaptá-la ao período de capitalização. Para realizar esse ajuste, devem ser calculadas as taxas equivalentes para diferentes períodos. Mas o que é taxa equivalente em juros compostos?

Taxa equivalente em juros compostos

Taxas equivalentes são as taxas de juros fornecidas em unidades de tempo diferentes. Quando estas são aplicadas a um mesmo principal durante um mesmo prazo, produzem um mesmo montante acumulado, no regime de juros compostos.

Para a Taxa Equivalente, o conceito inicial de Período Comercial se mantém.

Período Comercial:

1 mês = 30 dias em qualquer mês do ano.

1 ano = 360 dias.

A Taxa Equivalente (i_{eq}) em Juros Compostos é dada por:

$$i_{eq}=(1+i)^{p/a}-1$$

Ou

$$i_{eq}=\sqrt[a]{(1+i)^p}-1$$

Onde:

a = período apresentado.

p = período pedido, ou desejado.

Atenção: para executar o cálculo devemos trabalhar com uma única unidade, a menor entre apresentada e pedida.

Assimile

- $M = C(1+i)^n$
- $C = AV - E$
- $i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

Reflita

O que difere o Juros Simples do Composto?

Pesquise mais

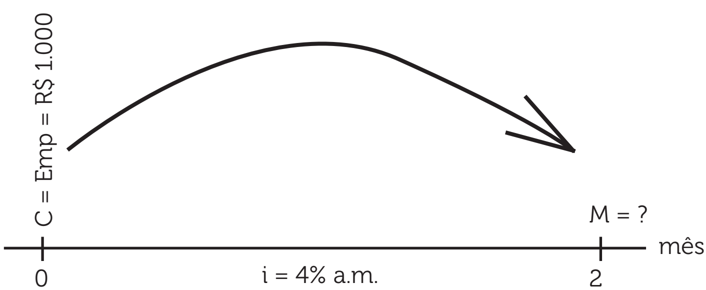
Amplie seu conhecimento, acesse o *link*: Disponível em:
<https://www.algosobre.com.br/matematica-financeira/juros-compostos.html>. Acesso em: 4 out. 2015.

1. Uma pessoa tomou emprestado R$ 1.000,00 a uma taxa de juros compostos de 4% a.m. (ao mês), para pagar após dois meses. Determine o valor a ser pago pelo empréstimo.

Resolução:

Diagrama do problema, conforme a Figura, 1.12:

Figura 1.12 | Diagrama representativo do problema



Fonte: o autor (2015).

Agora, vamos realizar o cálculo aplicando a equação geral dos juros compostos:

$M = C(1+i)^n$

$M = 1000(1+0,04)^2$

$M = R\$1.081,60$

Resposta: O valor a ser pago após 2 meses pelo empréstimo será de R$ 1.081,60 em regime de juros compostos.

2. Calcule a taxa equivalente em juros simples de 24% a.a (ao ano) em ao mês; e 1,5% a.m. (ao mês) em ao ano.

Resolução:

24% a.a. = ? a.m.

Como explicado na teoria, temos que calcular com a menor unidade, nesse caso trabalharemos com mês:

a = 12; porque a taxa apresentada é ao ano e 1 ano = 12 meses.

p = 1; porque a taxa pedida é ao mês, ou em um mês.

$i^{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

$i_{eq} = (1+0,24)^{1/12} - 1$

$i_{eq} = (1,24)^{1/12} - 1$

$i_{eq} = (1,24)^{0,0833} - 1$

$i_{eq} = 1,0181 - 1$

$i_{eq} = 0,0181$ a.m.

$i_{eq} = 1,81\%$ a.m.

Ou

$i_{eq} = {}^{a}\sqrt{(1+i)^{p}} - 1$

$i_{eq} = {}^{12}\sqrt{(1+0,24)^{1}} -$

$i_{eq} = {}^{12}\sqrt{1,24^{1}} - 1$

$i_{eq} = 1,0181 - 1$

$i_{eq} = 0,0181$ a.m.

$i_{eq} = 1,81\%$ a.m.

Portanto, 24% a.a. = 1,81% a.m.

1,5% a.m. = ? a.a.

Como explicado na teoria, temos que calcular com a menor unidade, nesse caso trabalharemos com mês, assim:

a = 1; porque a taxa apresentada é ao mês, ou seja em um mês.

p = 12; porque a taxa pedida é ao ano, porque 1 ano = 12 meses.

$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

$i_{eq} = (1+0,015)^{12/1} - 1$

$i_{eq} = (1,015)^{12/1} - 1$

$i_{eq} = (1,015)^{12} - 1$

$i_{eq} = 1,1956 - 1$

$i_{eq} = 0,1956$ a.m.

$i_{eq} = 19,56\%$ a.m.

Ou

$i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^p} - 1$

$i_{eq} = \sqrt[1]{(1+0,015)^{12}} -$

$i_{eq} = \sqrt[1]{1,015^{12}} - 1$

$i_{eq} = 1,015^{12} - 1$

$i_{eq} = 1,1956 - 1$

$i_{eq} = 0,1956$ a.m.

$i_{eq} = 19,56\%$ a.m.

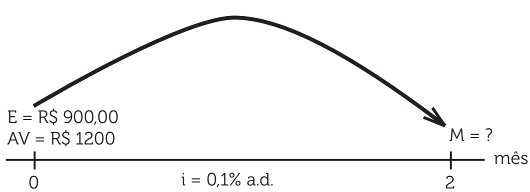
Portanto, 1,5% a.m. = 19,56% a.a.

3. Uma pessoa realiza uma compra cujo valor à vista é de R$ 1.200,00, mas dá uma entrada de R$ 300,00 e o restante deverá ser pago após 2 meses, sob taxa de juros compostos de 0,1% a.d. (ao dia). Determine o valor a ser pago após 2 meses.

Resolução:

A Figura 1.13 é o diagrama que representa a interpretação do nosso problema.

Figura 1.13 | Diagrama representativo do problema



Fonte: o autor (2015).

O problema pede para calcular o valor a ser pago após um mês e a taxa é apresentada ao dia, então devemos convertê-la para o mês.

$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

$i_{eq} = (1+0,001)^{30/1} - 1$

$i_{eq} = (1,001)^{30/1} - 1$

$i_{eq} = (1,001)^{30} - 1$

$i_{eq} = 1,0304 - 1$

$i_{eq} = 0,0304$ a.m.

$i_{eq} = 3,04\%$ a.m.

Ainda foi apresentado o valor à vista de R$ 1.200,00 e a entrada de R$ 300,00. Para calcular o valor a ser pago após 2 meses, necessitamos do capital. Sabemos que com essas variáveis, o capital é dado por:

$C = AV - E = 1200 - 300$

$C =$ R$ 900,00

Agora podemos calcular o valor a ser pago (M) após 2 meses, usando a Equação Geral do Juros Compostos.

$M = C(1+i)^n$

$M = 900(1+0,0304)^2$

$M = 900(1,0304)^2$

$M = 900 \cdot 1,0617$

$M =$ R$ 955,53

Resposta: O valor a ser pago após 2 meses será de R$ 955,53 em regime de juros compostos.

Uma pessoa realiza uma compra cujo valor à vista é de R$ 800,00, mas dá uma entrada de R$ 350,00 e o restante deverá ser pago após 2 meses sob taxa de juros compostos de 42% a.a. Determine o valor a ser pago após 2 meses.

Resposta: O valor a ser pago após 2 meses será de R$ 477,14 em regime de juros compostos.

Sem medo de errar!

Vamos relembrar do problema proposto inicialmente: um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras com pagamento entre 30 e 60 dias, sem entrada, sob taxa de juros compostos de 42,58% a.a.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento entre 30 e 60 dias, sob taxa de juros compostos de 36,67% a.a.

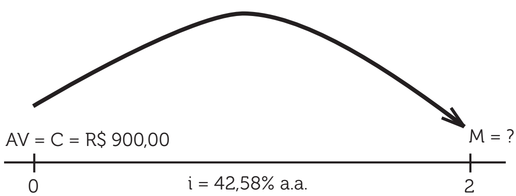
O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar no prazo de 60 dias, ou seja, em 2 meses em cada situação.

Resolução:

- Compras com pagamento entre 30 e 60 dias, sem entrada, sob taxa de juros compostos de 42,58% a.a.

A Figura 1.14 é o diagrama que representa a interpretação da primeira etapa dessa SP.

Figura 1.14 | Diagrama representativo da SP



Fonte: o autor (2015).

O problema pede para calcular o valor a ser pago após 2 meses e a taxa é apresentada ao ano, então devemos convertê-la para o mês.

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

$$i_{eq} = (1+0,4258)^{1/12} - 1$$

$$i_{eq} = (1,4258)^{1/12} - 1$$

$$i_{eq} = (1,4258)^{0,0833} - 1$$

$$i_{eq} = 1,0300 - 1$$

$$i_{eq} = 0,0300 \text{ a.m.}$$

$i_{eq} = 3{,}00\%$ a.m.

Agora podemos calcular o valor a ser pago (M) após 2 meses, pela Equação Geral do Juros Compostos.

$M = C(1+i)^n$

$M = 900\ (1+0{,}03)^2$

$M = 900 \cdot 1{,}0609$

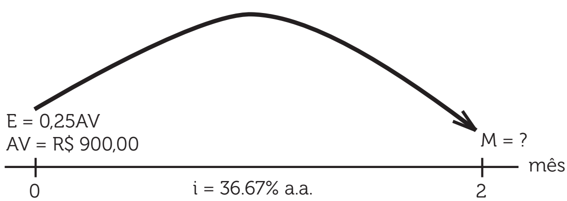
$M = R\$\ 954{,}81$

Portanto, o valor a ser pago após 60 dias, ou 2 meses, sem entrada será de R$ 954,81 em regime de juros compostos.

- Compras com entrada de 25% do valor à vista e pagamento entre 30 e 60 dias, sob taxa de juros compostos de 36,67% a.a.

A Figura 1.15 é o diagrama que representa a interpretação da primeira etapa dessa SP.

Figura 1.15 | Diagrama representativo da SP



Fonte: o autor (2015).

O problema pede para calcular o valor a ser pago após 60 dias, 2 meses, e a taxa é apresentada ao ano, então devemos convertê-la para o mês.

$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

$i_{eq} = (1+0{,}3667)^{1/12} - 1$

$i_{eq} = (1{,}3667)^{1/12} - 1$

$i_{eq} = (1{,}3667)^{0{,}0833} - 1$

$i_{eq} = 1{,}0264 - 1$

$i_{eq} = 0{,}0264$ a.m.

$i_{eq} = 2{,}64\%$ a.m.

Ainda foi apresentado o valor à vista de R$ 900,00 e a entrada igual a 25% do valor à vista. Para calcular o valor a ser pago após 2 meses, necessitamos do capital e sabemos que, com essas variáveis, o capital é dado por:

$E = 0{,}25AV = 0{,}25 \cdot 900$

$E =$ R$ 225,00

$C = AV - E = 900 - 225$

$C =$ R$ 675,00

Agora podemos calcular o valor a ser pago (M) após 2 meses, usando a Equação Geral do Juros Compostos.

$M = C(1+i)^n$

$M = 675(1+0{,}0264)^2$

$M = 675 \cdot 1{,}0535$

$M =$ R$ 711,11

Portanto, o valor a ser pago após 60 dias, ou 2 meses, com entrada de R$ 225,00, será de R$ 711,11 em regime de juros compostos.

Atenção

Taxa Equivalente em Juros Compostos

a = período apresentado.

p = período pedido, ou desejado.

Atenção: para executar o cálculo devemos trabalhar com uma única unidade, a menor entre apresentada e pedida.

Lembre-se

$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Juros Compostos	
1. Competência Geral	Cálculo do Valor Presente e do Valor Futuro em função do tipo de financiamento de Juros Compostos.
2. Objetivos de aprendizagem	Juros e parcelamentos – Conceitos Básicos.
3. Conteúdos relacionados	Juros Compostos.
4. Descrição da SP	Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições: • Compras com entrada e pagamento em até 45 dias, sob taxa de juros compostos de 2,4% a.m. Uma pessoa realizou uma compra de R$ 1.100,00 e, ao chegar ao caixa, o atendente lhe informou que sua compra resultou num pagamento de R$ 708,40 com vencimento em 15 dias. Qual foi o valor da entrada?
5. Resolução da SP	Temos o conhecimento do valor à vista (AV=R$ 1.100,00) e do valor a ser pago após 45 dias, ou 1,5 meses, (M=R$ 708,40), então precisamos saber qual foi o capital (C) que resultou no montante (M), sabendo que: $C(1+i)^n = M$ $C(1+0,024)^{1,5} = 708,40$ $1,0362C = 708,40$ $C = 708,40/1,0362$ $C = R\$683,65$ Agora podemos saber o valor da entrada (E) $AV - E = C$ $1100 - E = 683,65$ $E = R\$416,35$ **Portanto, a entrada paga foi de R$ 416,35.**

Lembre-se

Mais um Link para você ter uma maior compreensão de Taxa equivalente em Juros Compostos: Disponível em:

<http://www2.unemat.br/eugenio/files_financeira/6_equivalencia_de_taxas.htm>. Acesso em: 4 out. 2015.

Faça você mesmo

Uma pessoa realiza uma compra pagando uma entrada de R$ 200,00 e o restante deverá ser pago após 2 meses sob o valor de R$ 630,00, valor que foi calculado sob uma taxa de juros compostos de 30% a.a. Determine o valor à vista da compra.

Resposta: O valor à vista da compra foi de R$ 803,05.

Faça valer a pena

1. Converta a taxa de juros compostos de 100% a.a. para ao mês.

a) 8,33% a.m.

b) 5,95% a.m.

c) 0,62% a.m.

d) 0,06% a.m.

e) 59,5% a.m.

2. Converta a taxa de juros compostos de 7% a.m. para ao ano.

a) 25,22% a.a.

b) 84,00%a.a.

c) 125,22% a.a.

d) 184,00% a.a.

e) 225,22% a.a.

3. Converta a taxa de juros compostos de 112% a.a. para ao trimestre.

a) 27,06% ao trimestre

b) 26,70% ao trimestre

c) 76,02% ao trimestre

d) 60,72% ao trimestre

e) 20,67% ao trimestre

Seção 1.4

Série de juros compostos

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta seção estudaremos Séries de Juros Compostos, que é a apresentação do cálculo de parcelamento em Juros Compostos, considerando parcelas iguais e periódicas, ou não. O conhecimento que será apresentado aqui está apoiado nos conceitos vistos na seção anterior, Seção 1.3.

A vantagem de trabalhar com Série de Juros Compostos é que podemos calcular parcelas não iguais, em períodos irregulares; mas a desvantagem é que nos parcelamentos com mais de seis parcelas essa série se torna inviável por tomar muito tempo. No futuro, em outra seção, veremos uma outra equação que nos permitirá calcular parcelamentos com infinitos números de parcelas.

Ao término da apresentação da teoria e exemplificação, você será convidado a resolver mais uma etapa da situação que o Sr. Alberto apresentou para a atendente do Centro Comercial, veja:

Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo as seguintes condições:

- Compras sem entrada, com duas parcelas mensais e iguais, sob a taxa de juros compostos de 60,10% a.a.

- Compras com entrada de 25% do valor à vista e duas parcelas mensais e iguais, sob taxa de juros compostos de 52,87% a.a.

O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar nos prazos extremos de cada situação.

Colocando-se no lugar da atendente: o que você precisa saber para resolver esse problema usando Séries de Juros Compostos?

Ao final desta seção esperamos que você conclua que para resolver o problema teremos de conhecer aspectos teóricos relacionados a Séries de Juros Compostos.

A seguir, veremos a teoria que nos ajudará a entender a técnica aqui comentada.

Não pode faltar

Séries de Juros Compostos poderia ter também como denominação Parcelamento em Juros Compostos, ou ainda, Financiamento em Juros Compostos. Esse assunto tem como base que foi apresentado na Seção 1.3.

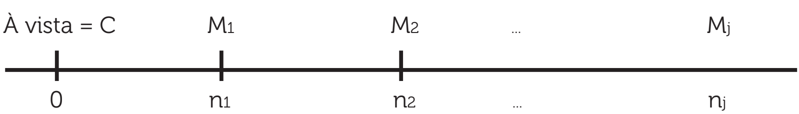
$M = C(1+i)^n$

Equação Geral dos Juros Compostos que podemos escrever:

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Com essa nova forma de apresentar a Equação Geral dos Juros Compostos, podemos explicar a Série de Juros Compostos considerando que cada parcela ou prestação são pequenos Montantes (*M*) e o valor à vista de uma compra é o Capital, conforme Figura 1.16.

Figura 1.16 | Esquema de financiamento ou parcelamento



Fonte: o autor (2015).

Considerando que cada parcela irá gerar um capital, teremos:

$$c_1 = \frac{M_1}{(1+i)^{n_1}}\ ;\ c2 = \frac{M_2}{(1+i)^{n_2}} \ldots;\ \ c_j = \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

E:

$$C = c_1 + c_2 + \ldots + c_j$$

Então:

$$C = \frac{M_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{M_2}{(1+i)^{n_2}} + \ldots + \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

Assim, concluímos:

Em uma situação na qual trabalhamos com pagamento de entrada (E), como estudado na Seção 1.1:

$$C = AV - E$$

Passamos a escrever:

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

Assimile

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$C = AV - E$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

Reflita

Juros Simples podem apresentar mais rendimento que Juros Compostos? Se sim, em que situação?

Exemplificando

1. Uma pessoa deseja comprar um artigo em 2 vezes mensais e iguais, sabendo que o preço à vista é R$ 740,00. O parcelamento será realizado sob a taxa de juros compostos de 4% a.m. Determine o valor das parcelas.

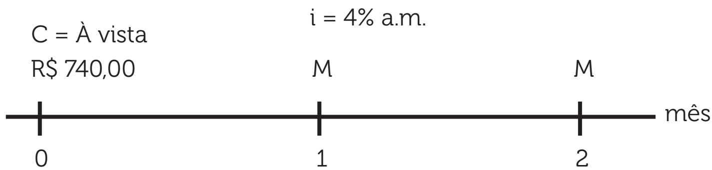
Resolução:

Interpretação: 2 vezes iguais e mensais → 2 parcelas iguais a M, ou seja, cada uma delas vale M, mensais → ocorrerão nos meses 1 e 2 a partir da compra.

À vista = Capital (*C*) = R$ 740,00.

Taxa de juros simples = *i =4% a.m.=0,04 a.m.*

Figura 1.17 | Diagrama representativo da situação a ser resolvida



Fonte: o autor (2015).

Aplicando a Equação da Série de Juros Simples:

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$\frac{M}{(1+0{,}04)^1} + \frac{M}{(1+0{,}04)^2} = 740$$

Como *M* aparece nas duas parcelas, podemos colocá-lo em evidência:

$$\left(\frac{1}{1{,}04} + \frac{1}{1{,}0816}\right) M = 740$$

$$(0{,}9615 + 0{,}9246)M = 740$$

$$1{,}8861M = 740$$

$$M = \frac{740}{1{,}8861}$$

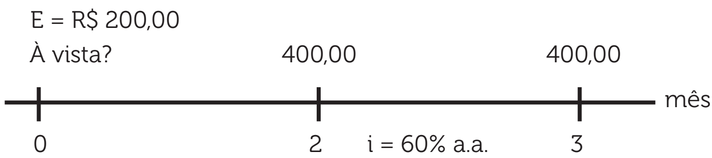
M = R$ 392,34

Resposta: Serão duas parcelas mensais e iguais a R$ 392,34.

2. Um produto está com sua venda anunciada em duas parcelas iguais a R$ 400,00, vencendo em dois meses, com entrada de R$ 200,00. Tendo conhecimento que esses valores foram obtidos sob taxa de juros compostos de 60% a.a., determine o valor à vista do produto.

Resolução:

Figura 1.18 | Diagrama representativo do problema a ser resolvido



Fonte: o autor (2015).

$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1 = (1+0,6)^{1/12} - 1 = 1,6^{0,0833} - 1 = 1,0399 - 1$

$i_{eq} = 0,0399 \text{ a.m.} = 3,99\% \text{ a.m.}$ (Seção 1.3)

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$AV - 200 = \frac{400}{(1+0,0399)^2} + \frac{400}{(1+0,0399)^3}$$

$$AV - 200 = \frac{400}{(1+0,0399)^2} + \frac{400}{(1+0,0399)^3}$$

$$AV = \frac{400}{1,0814} + \frac{400}{1,1245} + 200$$

$$AV = 369,89 + 355,71 + 200$$

$AV = R\$\ 925,60$ (Valor à vista)

Faça você mesmo

Uma calculadora científica está custando R$ 500,00. Paulo necessita adquiri-la para fazer prova de Matemática Financeira ao final do bimestre. Sua intenção é parcelar o pagamento em três mensais e iguais a R$ 100,00, sabendo que a taxa aplicada no parcelamento é de 54% a.a. em regime de juros compostos, determine qual deverá ser o valor da entrada.

Resposta: O valor da entrada deverá ser de R$ 220,69.

Sem medo de errar!

Como citado no início desta seção, você deverá colocar no lugar da atendente e apresentar o que foi solicitado pelo Sr. Alberto.

Relembrando a situação: Um Centro Comercial resolve ampliar suas formas de pagamento, oferecendo seguintes condições:

- Compras sem entrada, com duas parcelas mensais e iguais, sob a taxa de juros compostos de 60,10% a.a.
- Compras com entrada de 25% do valor à vista e duas parcelas mensais e iguais, sob taxa de juros compostos de 52,87% a.a.

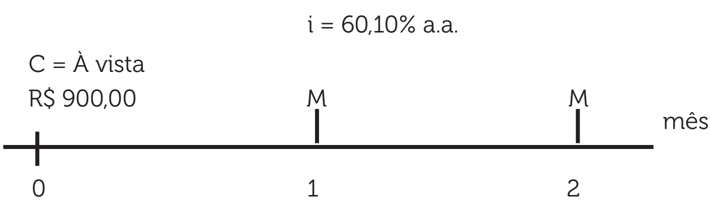
O Sr. Alberto realizou uma compra de R$ 900,00 e, ao chegar ao caixa, solicita à atendente que apresente o quanto ele irá pagar nos prazos extremos de cada situação.

Resolução:

- Compras sem entrada, com duas parcelas mensais e iguais, sob a taxa de juros compostos de 60,10% a.a.

A Figura 1.19 nos auxiliará a interpretar essa primeira etapa da nossa situação-problema (SP).

Figura 1.19 | Diagrama representativo da etapa da SP a ser resolvida



Fonte: o autor (2015).

$i_{eq}= (1+i)^{p/a} - 1 = (1+0,6010)^{1/12} - 1 = 1,6010^{0,0833} - 1 = 1,04 - 1$

$i_{eq}=0,04$ a.m.$=4,00\%$ a.m. (Seção 1.3)

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$\frac{M}{(1+0,04)^1} + \frac{M}{(1+0,04)^2} = 900$$

Como M aparece nas duas parcelas, podemos colocá-lo em evidência:

$$\left(\frac{1}{1,04} + \frac{1}{1,0816}\right)M = 900$$

$(0,9615 + 0,9246)M = 900$

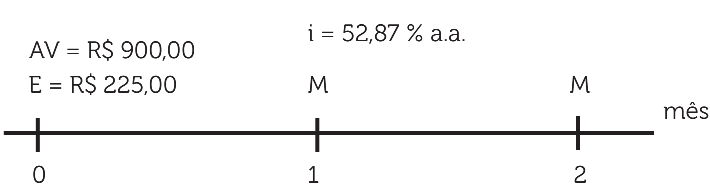
$1,8861M = 900$

$$M = \frac{900}{1,8861}$$

M=R$ 477,18

- Compras com entrada de 25% do valor à vista e duas parcelas mensais e iguais, sob taxa de juros compostos de 52,87% a.a.

Figura 1.20 | Diagrama representativo da SP a ser resolvida



Fonte: autor (2015).

$i_{eq}= (1+i)^{p/a} - 1 = (1+0,5287)^{1/12} - 1 = 1,5287^{0,0833} - 1 = 1,0360 - 1$

$i_{eq}=0,0360$ a.m.$=3,60\%$ a.m. (Seção 1.3)

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$900 - 225 = \frac{M}{(1+0{,}0360)^1} + \frac{M}{(1+0{,}0360)^2}$$

$$675 = \frac{M}{1{,}0360} + \frac{M}{1{,}0733}$$

$$\left(\frac{1}{1{,}0360} + \frac{1}{1{,}0733}\right)M = 675$$

$(0{,}9653 + 0{,}9317)M = 675$

$1{,}8970M = 675$

$$M = \frac{675}{1{,}8970}$$

M = R$ 355,82

Resposta: Se fizer a opção por duas parcelas mensais sem entrada, cada parcela terá o valor de R$ 477,18; mas se optar por duas parcelas mensais com entrada, o Sr. Alberto deverá pagar uma entrada de R$ 225,00 e cada parcela terá o valor de R$ 355,82.

Concluindo a situação real apresentada no início desta unidade, podemos dizer que a atendente apresentou as seguintes possibilidades de pagamento para o Sr. Alberto:

- Pagando no prazo de 10 dias, sem entrada, a compra sairá por R$ 909,00.
- Pagando uma entrada de R$ 225,00, deverá pagar em um prazo de 10 dias R$ 681,75.
- Duas parcelas iguais a R$ 464,13 vencendo a cada 15 dias, sem entrada.
- Pagando uma entrada de R$ 225,00, deverá pagar duas parcelas iguais de R$ 346,58 vencendo a cada 15 dias.
- Pagando após 60 dias, sem entrada, a compra sairá por R$ 954,81.

- Pagando uma entrada de R$ 225,00, deverá pagar em um prazo de 60 dias R$ 711,11.
- Duas parcelas mensais e iguais a R$ 477,18, sem entrada.
- Pagando uma entrada de R$ 225,00, deverá pagar duas parcelas mensais iguais de R$ 355,82.

Atenção

$$C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

$$C = AV - E$$

$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$

Lembre-se

Taxa equivalente em Juros Compostos (Seção 1.3)

$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Série de Juros Compostos	
1. Competência Geral	Cálculo do valor presente em função do tipo de pagamento.
2. Objetivos de aprendizagem	Cálculo do Valor Presente e do Valor Futuro em função do tipo de financiamento de Juros Compostos.
3. Conteúdos relacionados	Séries de Juros Compostos.
4. Descrição da SP	Uma pessoa realizou uma compra de R$ 1.300,00, pagou uma entrada de R$ 400,00 e restante deverá ser pago em duas parcelas mensais nos valores de R$ 600 e R$ 400,00, respectivamente. A negociação realizou-se sob o regime de juros compostos, determine a taxa de juros aplicada.

5. Resolução da SP	$$AV - E = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$$ $1300 - 400 = \frac{600}{(1+1i)^1} + \frac{400}{(1+1i)^2}$ $900 = \frac{600}{(1+1i)^1} + \frac{400}{(1+1i)^2}$ $(\div 100)$ $9 = \frac{6}{(1+1i)^1} + \frac{4}{(1+1i)^2}$ O mmc $[(1+1i)^1$ e $(1+1i)^2] = (1+1i)^2 = i^2 + 2i + 1$ $9 = \frac{6(1+i)+4}{(1+1i)^2}$ $9(1+1i)^2 = 6\ (1+i) + 4$ $9(i^2+2i+1) = 6 + 6i + 4$ $9i^2 + 18i + 9 = 6i + 10$ $9i^2 + 18i + 9 - 6i - 10 = 0$ $9i^2 + 12i - 1=0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 12^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-1)$ $\Delta = 180$ $i = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $i = \frac{-12+\sqrt{180}}{2 \cdot 9}$ $i = \frac{-12 + 13{,}4164}{18}$ $i = 0{,}0787$ a.m. $= 7{,}87\%$ a.m.

Lembre-se

Período Comercial (Seção 1.1)

- 1 mês = 30 dias.
- 1 ano = 360 dias.
- 1 bimestre = 2 meses.
- 1 trimestre = 3 meses.
- 1 biênio = 2 anos.
- 1 triênio = 3 anos.

Faça você mesmo

Uma pessoa realiza uma compra e parcela em três vezes iguais a R$ 150,00 vencendo a cada 30 dias, sob a taxa de juros compostos de 180% a.a., e também pagou uma entrada de R$ 200,00. Determine o valor à vista da compra.

Resposta: O valor à vista da compra foi de R$ 580,04.

Faça valer a pena

1. Um empréstimo sob a taxa de juros compostos de 0,2% a.d. resultou em três parcelas mensais e iguais a R$ 200,00. Calcule o valor que foi tomado de empréstimo.

a) R$ 600,00.
b) R$ 666,43.
c) R$ 466,34.
d) R$ 450,00.
e) R$ 532,83.

2. Tomou-se de empréstimo a quantia de R$ 1.200,00 sob a taxa de juros compostos de 3% a.m. para ser pago em três parcelas mensais. Calcule o valor das parcelas.

a) R$ 424,22.
b) R$ 300,00.
c) R$ 366,34.
d) R$ 473,77.
e) R$ 369,21.

3. Uma pessoa realizou uma compra que foi financiada em três parcelas mensais e iguais a R$ 350,00, o financiamento foi realizado sob a taxa de juros compostos de 48% a.a. Determine o valor da compra.

a) R$ 997,38
b) R$ 938,79
c) R$ 939,87
d) R$ 893,97
e) R$ 983,97

Referências

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

CARVALHO, L. C. S.; ELIA, B. S.; DECOTELLI, C. A. **Matemática financeira aplicada**. Rio de Janeiro: FGV, 2009.

FILHO, O. K. **Fundamentos da matemática financeira**. 2. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2010.

Aplicações dos Conceitos Básicos

Convite ao estudo

Caro aluno,

Vamos estudar agora as aplicações dos conceitos inicialmente apresentados na Unidade 1 (Juros, Taxas equivalentes e Série de Juros simples e compostos), sem correr o risco de repetições, mas sim de forma a ampliar nossos conhecimentos.

Desse modo, nesta unidade de ensino iremos enfatizar o estudo em negociação com juros simples e compostos, capital de giro, desconto bancário com IOF, taxa efetiva e nominal.

Buscaremos desenvolver a competência de conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo e as técnicas de cálculo de taxas nominais, efetivas e equivalentes.

Para auxiliar no desenvolvimento da competência é apresentada uma situação real que visa aproximar os conteúdos teóricos com a prática.

Uma metalúrgica precisa comprar uma máquina cujo fornecedor ofereceu a seguinte condição:

- Três parcelas iguais a R$ 22.000,00 com vencimento a cada 10 dias, sob a taxa de juros simples de 1,2% a.m.

Mas você, como gerente financeiro, apresenta a seguinte proposta:

- Pagar uma entrada e financiar o restante em três parcelas mensais e iguais, sob a taxa nominal de 13,2% a.a.

Porém, sua estratégia para pagar a entrada será:

- Antecipar os recebimentos de títulos de baixo porte (títulos que não pagam IOF):
    - Título de R$ 1.000,00 antecipado em 07 dias.
    - Título de R$ 900,00 antecipado em 11 dias.
    - Título de R$ 600,00 antecipado em 05 dias.
- Antecipar os recebimentos de títulos de alto porte (títulos que pagam IOF):
    - Título de R$ 11.000,00 antecipado em 03 dias.
    - Título de R$ 8.000,00 antecipado em 06 dias.
    - Título de R$ 5.000,00 antecipado em 05 dias.

A instituição que pagará as antecipações dos títulos cobra uma taxa nominal administrativa de 108% ao semestre e IOF de 0,07% a.d.

Ao término desta unidade você deverá apresentar os valores resgatados (antecipados) de cada título, o valor da entrada a ser paga e o valor das parcelas iguais a serem pagas mensalmente.

Seção 2.1

Capital de Giro – Desconto Bancário

Diálogo aberto

Aluno,

O Capital de Giro é o que garante a saúde financeira das empresas e uma das formas de gerenciar o capital de giro é através do Desconto Bancário: a obtenção de capital por meio antecipação de títulos. Esse recurso se tornará mais claro quando a teoria lhe for apresentada e você terá condições de vivenciar as aplicações por meio da situação-problema a seguir:

Você, como Gerente Financeiro, deverá garantir a parte da verba da entrada proposta na negociação da compra da máquina citada na situação de realidade profissional, apresentada no início desta unidade.

E sua estratégia é pagar parte da entrada com:

- Antecipação dos recebimentos de títulos de baixo porte (títulos que não pagam IOF):
    - Título de R$ 1.000,00 antecipado em 07 dias.
    - Título de R$ 900,00 antecipado em 11 dias.
    - Título de R$ 600,00 antecipado em 05 dias.

A Instituição cobra pelas antecipações dos títulos uma taxa nominal administrativa de 108% ao semestre.

Nesta seção você deverá apresentar o valor obtido pelos títulos como parte da entrada.

Não pode faltar

Capital de Giro

Denomina-se Capital de Giro os recursos financeiros que garantem as condições para uma empresa dar continuidade às suas operações, como compra de matéria-prima, estoques de produtos de vendas, pagamentos de funcionários, entre outras. Uma das formas de se ter Capital de Giro é antecipação dos recebimentos de títulos, que podem ser boletos ou promissórias resultantes de vendas ou serviços prestados a clientes que pagarão numa relação futura.

Desconto Bancário

Essa é uma operação hoje muito comum entre pessoas jurídicas (empresas de grande, médio e pequeno porte) e também pessoas físicas (nós). O desconto bancário nada mais é do que a antecipação em dias do recebimento de um título (promissória ou boleto) realizado por um banco. Nós, pessoas físicas, também podemos fazer uso dessa operação financeira, pois podemos negociar a antecipação do pagamento da restituição do imposto de renda e do 13º salário.

O recebimento antecipado de títulos não ocorre na sua totalidade, pois o banco cobra uma taxa administrativa pela realização da operação. O cálculo do valor a ser recebido é apresentado a seguir:

$$V_B = N(1 - dn)$$

Onde:

V_B = Valor descontado, valor resgatado, valor resultante da antecipação.

N = Valor nominal, valor do título antecipado.

d = Taxa nominal, taxa de juros simples, ao dia.

n = período de antecipação do título, geralmente em dias.

As antecipações de títulos ocorrem geralmente há poucos dias dos clientes os pagarem, isso para que o valor resgatado (V_B) seja o mais próximo do valor nominal (N), ou seja, do valor do título.

<u>Importante: A taxa nominal é uma taxa de juros simples, então se necessitarmos convertê-la de mês para dia, ou de ano para dia, devemos usar o conceito de Taxa Equivalente em Juros Simples (Unidade 1, Seção 1).</u>

Assimile

$$V_B = N(1 - dn)$$

Onde:

VB = Valor descontado, valor resgatado, valor resultante da antecipação.

N = Valor nominal, valor do título antecipado.

d = Taxa nominal, taxa de juros simples, ao dia.

n = período de antecipação do título, geralmente em dias.

Reflita

As empresas com as quais temos contato, auto mecânica, auto elétrica, padaria, farmácia, fazem uso dessa operação (antecipação títulos – que podem ser cheques)?

Pesquise mais

Você achou o tema interessante? Então acesse o *site* e leia o material nele contido:

<http://brasilescola.uol.com.br/matematica/desconto-simples-comercial.htm>. Acesso em: 2 dez. 2015.

Também acesse:

<https://epxx.co/ctb/hp12c.html>. Acesso em: 5 jan. 2016.

Exemplificando

1. Uma pessoa está a três dias de receber a segunda parcela de seu 13º salário, que é R$ 1.800,00, mas decide antecipar o seu recebimento para presentear sua mãe. A instituição lhe cobrará uma taxa nominal de 0,7% a.d. Calcule o valor a ser resgatado.

Resolução:

A segunda parcela do 13º salário, nesse caso, é título a ser antecipado, então *N* = R$ 1.800,00.

A instituição cobra uma taxa nominal de 0,7% a.d. = *d*.

A pessoa está a **três dias** de receber a segunda parcela de seu

13º salário, e decide antecipar o seu recebimento, então 3 dias = *n*.

$V_B = N(1 - dn)$

$V_B = 1800(1 - 0{,}007 \cdot 3)$

$V_B = R\$\ 1762{,}20$

Portanto, pela antecipação do 13º salário em 3 dias, a pessoa receberá R$ 1.762,20.

2. Uma microempresa necessita efetuar um pagamento e para isso antecipará o recebimento das seguintes duplicatas:

- Duplicata 0125 de R$ 1.100,00 vencendo em 7 dias.
- Duplicata 0129 de R$ 700,00 vencendo em 16 dias.
- Duplicata 0134 de R$ 1.560 vencendo em 5 dias.

A instituição que fará a antecipação das duplicatas cobra uma taxa nominal administrativa de 17,1% a.m. Calcule o valor resgatado pelas duplicatas.

Resolução:

Nesse caso a taxa nominal (*d*) 17,1% está ao mês, e trabalhamos com taxa nominal ao dia. Como a taxa nominal é taxa de juros simples, conforme citado na teoria, então podemos e devemos usar a taxa equivalente de juros simples para convertê-la ao dia:

$i_{eq} = \frac{0{,}171}{30} = 0{,}0057\ a.d. = 0{,}57\%\ a.d.$ (Ver teoria Unidade 1, Seção 1)

Assim:

$d = 0{,}57\%\ a.d.$

Duplicata 0125 de R$ 1.100,00 vencendo em 7 dias.

$VB = N(1 - dn)$

$VB = 1100(1 - 0{,}0057 \cdot 7)$

$VB = R\$\ 1056{,}11$

Duplicata 0129 de R$ 700,00 vencendo em 16 dias.

$VB = N(1 - dn)$

$VB = 700(1 - 0{,}0057 \cdot 16)$

$VB = R\$636{,}16$

Duplicata 0134 de R$ 1.560,00 vencendo em 5 dias.

$VB = N(1 - dn)$

$VB = 1560(1 - 0{,}0057 \cdot 5)$

$VB = R\$\ 1515{,}54$

O valor resgatado pelas duplicatas:

Valor resgatado = 1056,11 + 636,16 + 1515,54

Valor resgatado = R$3207,81

Portanto, o valor resgatado, ou seja, obtido pela antecipação das duplicatas é de R$ 3.207,81.

Veja uma forma mais prática de resolver o mesmo problema, fazendo uso de uma tabela.

N	d	$V_B = N(1 - dn)$ $V_B = N(1 - 0{,}0057n)$	V_B
1.100,00	7	$V_B = 1100(1 - 0{,}0057 \cdot 7)$	1.056,11
700,00	16	$V_B = 700(1 - 0{,}0057 \cdot 16)$	636,16
1.560,00	5	$V_B = 1560(1 - 0{,}0057 \cdot 5)$	1.515,54
			3.207,81
			$\sum V_B$ $= Valor\ total\ resgatado$

Portanto, o valor resgatado, ou seja, obtido pela antecipação das duplicatas é de R$ 3.207,81.

Faça você mesmo

Uma loja de semijóias irá pagar um de seus fornecedores com o valor obtido da antecipação de duas duplicatas nos valores de R$ 1.460,00 e R$ 1.780,00, com vencimentos em 6 e 9 dias, respectivamente. O Banco que fará a transação de antecipação cobra uma taxa administrativa nominal de 223,20% a.a. Calcule o valor que o fornecedor receberá.

O fornecedor receberá o valor de R$ 3.086,37.

Vocabulário

- Pessoa Jurídica – Instituição com responsabilidades jurídicas, como: empresas, associações, companhias, entre outras.
- Pessoa Física – todo indivíduo, homem ou mulher, identificado por um CPF (Cadastro de Pessoa Física).

Sem medo de errar!

Agora vamos trabalhar em em nossa situação-problema.

Você, como Gerente Financeiro, deverá garantir a parte da verba da entrada proposta na negociação da compra da máquina citada na situação de realidade profissional nesta unidade.

E sua estratégia é pagar parte da entrada com:

- Antecipação dos recebimentos de títulos de baixo porte (títulos que não pagam IOF):
    - Título de R$ 1.000,00 antecipado em 07 dias.
    - Título de R$ 900,00 antecipado em 11 dias.
    - Título de R$ 600,00 antecipado em 05 dias.

A instituição cobra pelas antecipações dos títulos uma taxa nominal administrativa de 108% ao semestre.

Você deverá apresentar o valor obtido pelos títulos como parte da entrada.

Resolução:

Nesse caso a taxa nominal (*d*) 108% está ao semestre, e trabalhamos com taxa nominal ao dia. Como a taxa nominal é taxa de juros simples, conforme citado na teoria, então podemos e devemos usar a taxa equivalente de juros simples para convertê-la ao dia, como a seguir.

$$i_{eq} = \frac{1{,}08}{180} = 0{,}006\ a.d. = 0{,}6\%\ a.d.$$ (Ver teoria Unidade 1, Seção 1)

Assim:

d = 0,6% *a.d.*

Título de R$ 1.000,00 antecipado em 07 dias.

VB = N(1 - dn)

VB = 1000(1 - 0,006·7)

VB = *R$* 958,00

Título de R$ 900,00 antecipado em 11 dias.

VB = *N*(1 - *dn*)

VB = 900(1 - 0,006·11)

VB = *R$* 840,60

Título de R$ 600,00 antecipado em 05 dias.

VB = *N*(1 - *dn*)

VB = 600(1 - 0,006·5)

VB = *R$* 582,00

O valor obtido pela antecipação dos títulos:

Valor resgatado = 958,00 + 840,60 + 582,00

Valor resgatado = *R$* 2380,60

Parte da entrada a ser apresentada como pagamento, em função da antecipação dos títulos de baixo porte, será de R$ 2.380,60.

Resolvendo de forma prática o mesmo problema, fazendo uso de tabela.

Tabela 2.1

N	d	$V_B = N(1-dn)$ $V_B = N(1-0{,}006n)$	V_B
1.000,00	7	$V_B = 1000(1-0{,}006\cdot 7)$	958,00
900,00	11	$V_B = 900(1-0{,}006\cdot 11)$	840,60
600,00	5	$V_B = 600(1-0{,}006\cdot 5)$	582,00
			2.380,60
			$\sum V_B = Valor\ total\ resgatado$

Fonte: o autor.

Parte da entrada a ser apresentada como pagamento, em função da antecipação dos títulos de baixo porte, será de R$ 2.380,60.

Atenção

São considerados títulos para empresas (Pessoas Jurídicas):

- Promissórias.
- Duplicatas.
- Boletos.
- Cheques.
- Faturas de cartão de crédito.

No caso de Pessoas Físicas, são considerados títulos:

- 13º salário – 1ª e 2ª parcela.
- Restituição de Imposto de Renda.

Lembre-se

A taxa nominal é uma taxa de juros simples, então, se necessitarmos convertê-la de mês para dia, ou de ano para dia, devemos usar o conceito de Taxa Equivalente em Juros Simples (Unidade 1, Seção 1).

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Capital de Giro – Desconto Bancário	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Aplicações dos conceitos básicos de juros e parcelamentos.
3. Conteúdos relacionados	Juros e Parcelamento.
4. Descrição da SP	Uma empresa necessita de equipamento para agilizar a sua produção, e a aquisição desse equipamento pode ser feita por meio de financiamento, mas há necessidade de pagar entrada. Então, decidiu-se que a entrada será paga com o valor resultante da antecipação de dois boletos nos valores de R$ 1.650,00 e R$ 1.790,00, com vencimento em 3 e 13 dias, respectivamente. O banco em que será realizada a antecipação dos boletos cobra uma taxa nominal administrativa de 42,30% ao trimestre. Determine o valor que se será pago como entrada.
5. Resolução da SP	$i_{eq} = \frac{0,423}{90} = 0,0047\ a.d. = 0,47\%\ a.d.$ (Ver teoria Unidade 1, Seção 1) Assim: $d = 0,47\%\ a.d.$ Boleto de R$ 1.650,00 antecipado em 03 dias; $V_B = N(1 - dn)$ $V_B = 1650(1 - 0,0047 \cdot 3)$ $V_B = R\$\ 1626,74$ Boleto de R$ 1.790,00 antecipado em 13 dias; $V_B = N(1 - dn)$ $V_B = 1790(1 - 0,0047 \cdot 13)$ $V_B = R\$\ 1680,63$

O valor obtido pela antecipação dos boletos:

Valor resgatado = 1626,74 + 1680,63
Valor resgatado = R$3307,37 = Entrada

O valor a ser pago como entrada será de R$ 3.307,37.

Resolvendo de forma prática o mesmo problema, fazendo uso de tabela.

$\boldsymbol{N}$	$\boldsymbol{d}$	$\boldsymbol{V_B = N(1-dn)}$ $\boldsymbol{V_B = N(1-0,0047n)}$	$\boldsymbol{V_B}$
1.650,00	3	$V_B = 1650(1-0{,}0047 \cdot 3)$	1.626,74
1.790,00	13	$V_B = 1790(1-0{,}0047 \cdot 13)$	1.680,63
			3.307,37
			$\sum V_B = \mathit{Valor\ total\ resgatado}$

Valor resgatado = R$ 3307,37 = Entrada

O valor a ser pago como entrada será de R$ 3.307,37.

Lembre-se

Não deixe de fazer uma revisão sobre Taxa Equivalente em Juros Simples (Unidade 1, Seção 1).

Faça você mesmo

As promissórias nos valores de R$ 1.200,00 e R$ 1.700,00 foram resgatadas antecipadamente resultando em R$ 1.065,60 e R$ 1.645,60. Sabendo que foram antecipadas na mesma instituição financeira, ou seja, a taxa nominal aplicada na transação foi a mesma para as duas promissórias, e que a primeira foi antecipada em 10 dias a mais que a segunda, determine o valor da taxa nominal ao ano e em quantos dias cada promissória foi antecipada.

Resolução:

Antes de tentar fazer o cálculo, temos que entender o que nos foi fornecido e escrever na forma matemática.

Primeira promissória:

N = $R\$$ 1200,00; VB = $R\$$ 1065,60; taxa nominal que desejo saber = d e data de vencimento, veja que foi citado a primeira promissória vence dez dias após a segunda, então escreveremos = $n+10$

Segunda promissória:

N = $R\$$ 1700,00; VB = $R\$$ 1645,60; taxa nominal que desejo saber = d e data de vencimento = n

Vamos formular o problema segundo as informações e $VB = N(1 - dn)$

1ª promissória $\rightarrow$ 1065,60 = 1200[1-d(n + 10)]

2ª promissória $\rightarrow$ 1645,60 = 1700(1 - dn)

Dessa forma, parece não ter solução. Então vamos simplificar cada uma das situações:

Primeira promissória:

$$1065{,}60 = 1200[1 - d(n + 10)]$$

$$\frac{1065{,}60}{1200} = 1 - d(n + 10)$$

$$0{,}888 = 1 - d(n + 10)$$

$$0{,}888 - 1 = -d(n + 10)$$

$$[-0{,}112 = -d(n + 10)] \cdot (-1)$$

$$\mathbf{0,112 = \boldsymbol{d}(\boldsymbol{n} + 10)}$$

Segunda promissória:

$$1645{,}60 = 1700(1 - dn)$$

$$\frac{1645{,}60}{1700} = 1 - dn$$

$$\frac{1645{,}60}{1700} = 1 - dn$$

$$0{,}968 = 1 - dn$$

$$0{,}968 - 1 = -dn$$

$$(-0{,}032 = -dn) \cdot (-1)$$

$$0{,}032 = dn$$

$$\frac{0{,}032}{d} = n$$

Como definimos $n = \frac{0{,}032}{d}$ pela segunda promissória, vamos substituir n na equação simplificada da primeira promissória, que é 0,112 = *d*(*n* + 10).

Com a substituição de *n* teremos:

$$0{,}112 = d\left(\frac{0{,}032}{d} + 10\right)$$

$$0{,}112 = \frac{0{,}032}{d}d + 10d$$

$$0{,}112 = 0{,}032 + 10d$$

$$0{,}112 - 0{,}032 = 10d$$

$$0{,}08 = 10d$$

$$\frac{0{,}08}{10} = d$$

$$d = 0{,}008\ a.d. = 0{,}8\%\ a.d.$$

Podemos calcular em quantos dias a segunda promissória foi antecipada usando $n = \frac{0{,}032}{d}$ assim:

$$n = \frac{0{,}032}{d} = \frac{0{,}032}{0{,}008}$$

$$n = 4\ dias$$

Portanto, a segunda promissória teve seu resgate antecipado em 4 dias.

Como conhecemos o período de antecipação da segunda promissória, que foi de 4 dias, podemos calcular em quantos dias a primeira promissória teve seu resgate antecipado:

Antecipação da 1ª promissória = $n + 10 = 4 + 10$

Antecipação da 1ª promissória = 14 *dias*

Portanto, a primeira promissória teve seu resgate antecipado em 14 dias.

Calculamos a taxa nominal de 0,8% a.d., mas o problema pede ao ano, portanto, temos de convertê-la usando a taxa equivalente do juros simples.

$$i_{eq} = 0{,}008 \cdot 360 = 2{,}88\ a.\ a.$$

$$i_{eq} = 288\%\ a.a.$$

$$d = 288\%\ a.\ a.$$

Agora podemos apresentar as respostas solicitadas no problema:

A taxa nominal utilizada na antecipação das promissórias foi de 288% a.a., a primeira e segunda promissórias foram antecipadas em 14 e 4 dias, respectivamente.

Faça valer a pena

1. Um título de R$ 1.740,00 terá o resgate antecipado em 9 dias, em uma instituição financeira que cobra uma taxa nominal administrativa de 0,62% a.d. Calcule o valor a ser resgatado em função da antecipação.

a) R$ 1.942,61.
b) R$ 1.642,91.
c) R$ 1.246,91.
d) R$ 1.429,16.
e) R$ 1.192,64.

2. Um boleto teve seu valor nominal antecipado em 11 dias, o que gerou um resgate de R$ 1.354,30. O banco que realizou a transação dessa antecipação cobrou uma taxa nominal de 0,23% a.d. Determine o valor do boleto.

a) R$ 1.498,54.
b) R$ 1.389,45.
c) R$ 1.583,54.
d) R$ 1.455,38.
e) R$ 1.854,93.

3. Uma duplicata de R$ 2.200,00 foi antecipada em 13 dias e resultou num resgate de R$ 2.048,42. Determine a taxa nominal utilizada nessa antecipação.

a) 0,53% a.d.

b) 0,97% a.d.

c) 0,67% a.d.

d) 0,43% a.d.

e) 0,35% a.d.

Seção 2.2

Desconto bancário com IOF

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta seção ainda estamos tratando de capital de giro e daremos continuidade à discussão sobre desconto bancário, porém iremos inserir a cobrança de imposto. O imposto a ser tratado é o IOF (Imposto sobre Operações Financeira). Novamente, você terá a oportunidade de vivenciar a aplicação prática do conceito apresentado.

Em sua posição de Gerente Financeiro, você deverá garantir mais uma parcela da verba da entrada proposta na negociação da compra da máquina citada na situação de realidade profissional do início desta unidade, como apresentado a seguir.

Sua estratégia para pagar a entrada será também:

- Antecipar os recebimentos de títulos de alto porte (títulos que pagam IOF):
    - Título de R$ 11.000,00 antecipado em 03 dias.
    - Título de R$ 8.000,00 antecipado em 06 dias.
    - Título de R$ 5.000,00 antecipado em 05 dias.

A instituição que pagará as antecipações dos títulos cobra uma taxa nominal administrativa de 108% ao semestre e IOF de 0,07% a.d.

Ao término desta seção você deverá apresentar o valor total resgatado pela antecipação dos títulos de alto porte, que será utilizado como parte da entrada; e também deverá apresentar o valor total da entrada a ser paga para aquisição do maquinário citado no início desta unidade.

Não pode faltar

O Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) envolve operações de câmbio, crédito, seguro ou relativas a títulos ou valores imobiliários.

No desconto bancário, antecipação de títulos, promissórias e duplicatas, o IOF se apresenta conforme a fórmula a seguir:

$$V_B = N[1 - (d + IOF)n]$$

Onde:

VB = Valor descontado, valor resgatado, valor resultante da antecipação.

N = Valor nominal, valor do título antecipado.

d = Taxa nominal, taxa de juros simples, ao dia.

n = período de antecipação do título, geralmente em dias.

IOF = Imposto sobre Operações Financeiras, taxa de juros simples, ao dia.

Importante: A taxa nominal e o IOF são taxas de juros simples, então se necessitarmos convertê-las de mês para dia, ou de ano para dia, usaremos o conceito de Taxa Equivalente em Juros Simples (Unidade 1, Seção 1).

Assimile

$V_B = N[1 - (d + IOF)n]$

VB = Valor descontado, valor resgatado, valor resultante da antecipação;

N = Valor nominal, valor do título a antecipado.

d = Taxa nominal, taxa de juros simples, ao dia.

n = período de antecipação do título, geralmente em dias.

IOF = Imposto sobre Operações Financeiras, taxa de juros simples, ao dia.

Reflita

Em que situações pagamos o IOF?

Pesquise mais

Para que você possa se aprofundar no assunto tratado, acesse os links:

<http://www.bertolo.pro.br/MatFin/HTML/DESCONTOS_DUPLICATAS.htm. Acesso em: 10 jun. 2016>. Acesso em: 10 jun. 2016.

<https://epxx.co/ctb/hp12c.html>. Acesso em: 5 jan. 2016.

Veja a resolução pelo MS Excel no link disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=kNdCN0vnu20>. Acesso em: 2 fev. 2016.

Exemplificando

Um empresário necessita adquirir um maquinário, e para isso fará a antecipação de dois títulos de valores nominais de R$ 23.650,00 e R$ 15.740,00 que vencerão em 17 e 23 dias, respectivamente, numa instituição financeira que cobra pela transação uma taxa nominal de 0,12% a.d. e IOF de 0,017% a.d. Determine o valor total resgatado.

Resolução:

- Para o título de R$ 23.650,00

$$V_B = N[1-(d+IOF)n]$$
$$V_B = 23650[1-(0{,}0012+0{,}00017)17]$$
$$V_B = R\$23099{,}19$$

- Para o título de R15.740,00

$$V_B = N[1-(d+IOF)n]$$
$$V_B = 15740[1-(0{,}0012+0{,}00017)23]$$
$$V_B = R\$15244{,}03$$

- Valor total resgatado

Valor total resgatado = 23099,19 + 15244,03

Valor total resgatado = R$38343,22

Portanto, o valor total resgatado com as antecipações será de R$ 38.343,22.

Resolvendo de forma prática:

$\boldsymbol{N}$	$\boldsymbol{d}$	$V_B = N[1-(d+IOF)n]$ $V_B = N[1-(0{,}0012+0{,}00017)n]$ $V_B = N[1-0{,}0137n]$	$\boldsymbol{V_B}$
23.650,00	17	$V_B = 23650[1-0{,}0137 \cdot 17]$	23099,19
15.740,00	23	$V_B = 15740[1-0{,}0137 \cdot 23]$	15244,03
			38343,22
			$\sum V_B = Valor\ total\ resgatado$

Portanto, o valor total resgatado devido às antecipações será de R$ 38.343,22.

Faça você mesmo

Uma loja de joias raras irá pagar um de seus fornecedores com o valor obtido da antecipação de duas duplicatas nos valores de R$ 23.460,00 e R$ 36.780,00, com vencimentos em 6 e 19 dias respectivamente. O banco que fará a transação de antecipação cobra uma taxa administrativa nominal de 22,32% a.a. e IOF de 7,2% a.a. Calcule o valor que o fornecedor receberá.

O fornecedor receberá o valor de R$ 59.551,55.

Sem medo de errar!

Você, como Gerente Financeiro, deverá garantir mais uma parcela da verba da entrada proposta na negociação de compra da máquina citada na situação de realidade profissional desta unidade.

Sua estratégia para pagar a entrada será também:

- Antecipar os recebimentos de títulos de alto porte (títulos que pagam IOF):
    - Título de R$ 11.000,00 antecipado em 03 dias.
    - Título de R$ 8.000,00 antecipado em 06 dias.
    - Título de R$ 5.000,00 antecipado em 05 dias.

A instituição que pagará as antecipações dos títulos cobra uma taxa nominal administrativa de 108% ao semestre e IOF de 0,07% a.d.

Resolução:

Nesse caso, a taxa nominal (d) 108% está ao semestre, e trabalhamos com taxa nominal ao dia. Como a taxa nominal é taxa de juros simples, conforme citado na teoria, então podemos e devemos usar a taxa equivalente de juros simples para convertê-la ao dia:

$$i_{eq} = \frac{1,08}{180} = 0,006\ a.d. = 0,6\%\ a.d.$$ (Ver teoria Unidade 1, Seção 1)

Assim:

d = 0,6% *a.d.*

Resolvendo de forma prática:

Tabela 2.2

N	d	$V_B = N[1-(d+IOF)n]$ $V_B = N[1-(0{,}006+0{,}0007)n]$ $V_B = N(1-0{,}0067n)$	V_B
11.000,00	3	$V_B = 11000(1-0{,}0067\cdot 3)$	10778,90
8.000,00	6	$V_B = 8000(1-0{,}0067\cdot 6)$	7678,40
5.000,00	5	$V_B = 5000(1-0{,}0067\cdot 5)$	4832,50
			23289,80
			$\sum V_B = Valor\ total\ resgatado$

Parte da entrada a ser apresentada como pagamento, em função da antecipação dos títulos de alto porte, será de R$ 23.289,80.

Assim temos condição de definir o valor da entrada a ser paga pela compra da máquina:

- Parte da entrada a ser apresentada como pagamento, em função da antecipação dos títulos de baixo porte, será de R$ 2.380,60.
- Parte da entrada a ser apresentada como pagamento, em função da antecipação dos títulos de alto porte, será de R$ 23.289,80.

A soma dos resgates dos títulos de alto e baixo porte resultam no valor da entrada:

Entrada = 2380,60 + 23289,80

Entrada = *R$* 25670,40

A entrada a ser apresentada como pagamento, em função da antecipação dos títulos de alto e baixo porte, será de R$ 25.670,40.

Atenção

O Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) envolve operações de câmbio, crédito, seguro ou relativas a títulos ou valores imobiliários.

Lembre-se

A taxa nominal e o IOF são taxas de juros simples, então se necessitarmos convertê-las de mês para dia, ou de ano para dia, usaremos o conceito de Taxa Equivalente em Juros Simples (Unidade 1, Seção 1).

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e as compare com as de seus colegas.

Desconto Bancário com IOF	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Aplicações dos conceitos básicos de juros e parcelamentos.
3. Conteúdos relacionados	Juros e Parcelamento.
4. Descrição da SP	A duplicata de R$ 30.000,00 foi resgatada com antecedência de 12 dias, o que resultou no valor R$ 29.950,32. A antecipação ocorreu sob a incidência de taxa nominal e IOF. Sabendo que este último equivale a 15% da taxa nominal, determine os valores da taxa nominal e do IOF, ambos ao semestre.
5. Resolução da SP	O texto pede os valores da taxa nominal (*d*) e do IOF, mas nos informa que a antecipação ocorreu sob a incidência de taxa nominal (*d*) e IOF, sabendo que este último (*IOF*) equivale a 15% da taxa nominal, portanto: *IOF=equivale a 15% da taxa nominal (d) = 0,15d* • Para a duplicata de R$ 30.000,00 com resgate de R$ 29.950,32 em 12 dias. $29950{,}32 = 30000\,[1-(d+0{,}15d)\,12]$ $\frac{29950{,}32}{30000} = [1-(1{,}15d)12]$ $0{,}998344 = 1-13{,}8d$ $0{,}998344 - 1 = -13{,}8d$ $(-0{,}001656 = -13{,}8d)(-1)$ $0{,}001656 = 13{,}8d$ $\frac{0{,}001656}{13{,}8} = d$ $d = 0{,}00012\ a.d. = 0{,}012\%\ a.d.$ • Como IOF=0,15d então: *IOF* = 0,15d *IOF* = 0,15·0,00012 *IOF* = 0,000018 *a.d.*

	Mas para ambas a taxas (nominal e IOF) solicitou-se ao semestre, então vamos convertê-las: *d* = i_{eq} = 0,00012·180=0,0216 *ao semestre* = 2,16% *ao semestre* (Ver teoria Unidade 1, Seção 1) *d* = 2,16% *ao semestre* *IOF* = i_{eq} = 0,000018·180 = 0,00324 *ao semestre* = 0,324% ao semestre (Ver teoria Unidade 1, Seção 1) *IOF* = 0,324% *ao semestre* **Portanto, os valores da taxa nominal e do IOF são, respectivamente, 2,16% ao semestre e 0,324% ao semestre.**

Lembre-se

$$V_B = N[1 - (d + IOF)n]$$

Onde:

VB = Valor descontado, valor resgatado, valor resultante da antecipação.

N = Valor nominal, valor do título antecipado.

d = Taxa nominal, taxa de juros simples, ao dia.

n = período de antecipação do título, geralmente em dias.

IOF = Imposto sobre Operações Financeiras, taxa de juros simples, ao dia.

Faça você mesmo

Uma instituição financeira antecipou o resgate de uma promissória, como apresentado a seguir:

- Promissória 00213 de R$ 52.500,00 resgatada pelo valor de R$ 51.177,00 devido à antecipação de 9 dias.
- Sabe-se que a taxa nominal é o sêxtuplo do IOF.

Calcule o IOF e a taxa nominal aplicadas no resgate, ambas as taxas ao bimestre.

Resposta: O IOF aplicado foi 2,4% ao bimestre e a taxa nominal de 14,4% ao bimestre.

Faça valer a pena

1. A taxa nominal e o IOF apresentam que regime de juros e qual é a sua unidade trabalho temporal?

a) Regime de juros simples com unidade temporal ao ano.

b) Regime de juros compostos com unidade temporal ao ano.

c) Regime de juros simples com unidade temporal ao dia.

d) Regime de juros compostos com unidade temporal ao dia.

e) Regime de juros compostos com unidade temporal ao mês.

2. Uma empresa necessita antecipar o resgate de um título de R$ 27.000,00 em 5 dias para pagar suas despesas mensais. O banco em que ocorrerá a antecipação do título cobra uma taxa nominal administrativa de 0,33% a.d. e IOF de 0,02% a.d. Calcule o valor a ser resgatado.

a) R$ 25.627,50.

b) R$ 22.526,50.

c) R$ 26.527,50.

d) R$ 22.257,06.

e) R$ 20.527,56.

3. A antecipação de uma duplicada de R$ 12.600,00 em 27 dias resultou num resgate de R$ 10.830,96, é sabido que o IOF cobrado foi de 0,08% a.d. Determine a taxa nominal cobrada nessa antecipação.

a) 0,44% a.d.

b) 0,32% a.d.

c) 0,67% a.d.

d) 3,20% a.d.

e) 44,2% a.d.

Seção 2.3

Taxa efetiva e nominal

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta seção aprenderemos sobre taxa efetiva e nominal, retomaremos os conceitos de juros simples e compostos, esclareceremos suas relações temporais e de situação de regime. Esse conhecimento é muito importante, pois os termos taxa nominal e taxa efetiva aparecem em muitos contratos de compra e venda, de serviços, entre outros; e isso pode te levar a pagar uma taxa mais elevada do que está aparentemente declarada num contrato, e por incrível que pareça, isso é legal.

Ao término desta seção você estará mais apto a discutir taxas de juros em contratos que envolvem sua vida pessoal e profissional, tendo condições de decidir se está disposto a arcar com os ônus das taxas de juros.

Lembre-se de que nesta unidade você se tornou Gerente Financeiro da Metalúrgica, que necessita comprar uma máquina. Nesta seção você tem uma simples missão: apresentar de forma adequada a taxa de juros da proposta de pagamento que você elaborou:

Você, como Gerente Financeiro, apresentou a seguinte proposta:

- Pagar uma entrada e financiar o restante em parcelas mensais e iguais, sob a taxa nominal de 13,2% a.a. em regime de juros compostos.

Para atingir nossos objetivos, vamos à teoria.

Não pode faltar

Para que possamos entender taxa efetiva e nominal, precisamos inicialmente reforçar os conceitos de taxa equivalente em juros simples e composto.

Conceituando taxa equivalente, seja em juros simples ou compostos: ela tem a função de adequar a taxa à relação temporal de trabalho. Por exemplo, se estou calculando parcelas mensais, a taxa de juros tem que estar ao mês (a.m.), se estiver ao ano (a.a.) somos obrigados a convertê-la pelos métodos apresentados nas seções 1.1 (juros simples) e 1.3 (juros compostos).

Os termos simples e compostos são os regimes das taxa de juros. Algumas vezes você poderá se deparar com a expressão taxa de juros de *x%* em regime de juros simples, nada mais é do taxa de juros simples de *x%*; o mesmo poderá ocorrer com taxa de juros compostos, sendo citada como taxa de juros de *y%* em regime de juros compostos.

Vamos agora definir as taxas efetiva e nominal:

- Taxa efetiva (i_{ef}): taxa de juros compostos.
- Taxa nominal (d): taxa de juros simples, conforme apresentada na Seção 2.2.

A relação existente entre as taxas efetiva e nominal é a conversão de regimes (convertendo a taxa de juros simples – a nominal, em taxa de juros compostos – efetiva; ou vice-versa), podendo ou não haver conversão temporal (por exemplo, passando de ao ano para ao mês). A conversão de taxa nominal em efetiva se dá conforme fórmula a seguir:

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

onde:

i_{ef} = taxa efetiva.

d = taxa nominal.

n = período da taxa **<u>n</u>**ominal, em dias.

f = período da taxa e**<u>f</u>**etiva, em dias.

A conversão de taxa efetiva em nominal se dá pela fórmula a seguir:

$$d = \left(\sqrt[f]{i_{ef} + 1} - 1\right) n$$

ou:

$$d = \left[\left(i_{ef} + 1\right)^{1/f} - 1\right] n$$

onde:

i_{ef} = taxa efetiva.

d = taxa nominal.

n = período da taxa **n**ominal, em dias.

f = período da taxa e**f**etiva, em dias.

Veja o Quadro 2.1 que deverá lhe ajudar a não fazer confusão.

Quadro 2.1 | Diferenças entre as taxas equivalente, efetiva e nominal

	Taxa Equivalente	Taxa Efetiva e Nominal
	• Não muda de regime; • Altera somente a relação temporal.	• Mudança de regime (principal); • Podendo ou não haver alteração temporal
Juros Simples	* Quando a taxa for apresentada numa referência maior que a solicitada deverá dividir pela proporção da referência menor com relação a maior, ou seja, taxa apresentada ao ano e solicita-se ao mês, basta dividir a taxa anual por 12. * Quando a taxa for apresentada numa referência menor que a solicitada deverá multiplicar pela proporção da referência menor com relação a maior, ou seja, taxa apresentada ao mês e solicita-se ao ano, basta multiplicar a taxa mensal por 12. (Seção 1.1)	A conversão de taxa efetiva em nominal se dá pela fórmula a seguir: $d = \left(\sqrt[f]{i_{ef} + 1} - 1\right) n$ ou $d = \left[\left(i_{ef} + 1\right)^{1/f} - 1\right] n$ onde: i_{ef} = taxa efetiva; d = taxa nominal; n = período da taxa **n**ominal, em dias; f = período da taxa e**f**etiva, em dias;
Juros Compostos	$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$ Ou $i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^p} - 1$ Onde: a= período apresentado; p = período pedido, ou desejado.	A conversão de taxa nominal em efetiva se dá conforme fórmula a seguir: $i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^f - 1$ onde: i_{ef} = taxa efetiva; d = taxa nominal; n = período da taxa **n**ominal, em dias; f = período da taxa e**f**etiva, em dias;

Fonte: o autor.

Assimile

- Taxa equivalente só altera a relação temporal, e não o regime.
- Taxa efetiva e nominal: há mudança de regime (compostos e simples), podendo ou não haver alteração temporal.

Reflita

Juros Simples e Compostos são aplicados usualmente em quais situações?

Pesquise mais

Para que possa ter mais informações, acesse: Disponível em:

<http://concursos.brasilescola.uol.com.br/matematica/taxa-nominal-taxa-efetiva.html>. Acesso em: 10 dez. 2015.

Disponível em: <https://epxx.co/ctb/hp12c.html>. Acesso em: 5 jan. 2016.

Pesquise também a resolução pelo MS Excel.

Exemplificando

1. Um contrato de financiamento em regime de juros compostos, porque o parcelamento é a longo prazo, apresentou taxa nominal de 32% a.a. Apresente a taxa de trabalho desse financiamento ao ano e ao mês.

Resolução:

Como se trata de um financiamento em juros compostos, a taxa de trabalho não pode ser a taxa nominal, pois ela é taxa de juros simples; então deveremos trabalhar com taxa efetiva.

<u>Passando de taxa nominal ao ano para taxa efetiva ao ano</u> (Obs.: não há alteração temporal, somente de regime, passando de simples para composto).

A taxa nominal está ao ano, portanto *n*=360 *dias*; a taxa efetiva também será ao ano, assim *f*=360 *dias*.

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}32}{360} + 1\right)^{360} - 1$$

$$i_{ef} = (0{,}0009 + 1)^{360} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0009^{360} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}3769 - 1$$

$$i_{ef} = 0{,}3769\ a.a.$$

$$i_{ef} = 37{,}69\%\ a.a.$$

Portanto, a taxa de trabalho, que é a taxa efetiva, é de 37,69% a.a.

Obs.: Note que a taxa efetiva, numa mesma relação temporal que a taxa nominal (ao ano), foi maior que a taxa nominal. Sempre que não houver alteração temporal, a taxa efetiva será maior que a taxa nominal.

<u>Passando de taxa nominal ao ano para taxa efetiva ao mês</u> (Obs.: há alteração de regime e temporal, passando de simples para composto e de ano para mês).

A taxa nominal está ao ano, portanto *n*=360 *dias*; a taxa efetiva será ao mês, assim *f*=30 *dias*.

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}32}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = (0{,}0009 + 1)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0009^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0270 - 1$$

$$i_{ef} = 0{,}0270\ a.m.$$

$$i_{ef} = 2{,}70\%\ a.m.$$

Portanto, a taxa de trabalho, que é a taxa efetiva, é de 2,70% a.m.

2. Um contrato de financiamento em regime de juros simples, porque o parcelamento é a curto prazo, apresentou taxa efetiva de 27% a.a. Apresente a taxa de trabalho desse financiamento ao ano e ao mês.

Resolução:

Como se trata de um financiamento em juros simples, a taxa de trabalho não pode ser a taxa efetiva, pois ela é taxa de juros compostos; então deveremos trabalhar com taxa nominal.

<u>Passando de taxa efetiva ao ano para taxa nominal ao ano</u> (Obs.: não há alteração temporal, somente de regime, passando de composto para simples).

A taxa efetiva está ao ano, portanto *f* = 360 *dias*; a taxa nominal também será ao ano, assim *n* = 360 *dias*.

$$d = \left[\left(i_{ef} + 1\right)^{1/f} - 1\right]n$$

$$d = \left[(0{,}27 + 1)^{1/360} - 1\right]360$$

$$d = [1{,}27^{0{,}0028} - 1]360$$

$$d = [1{,}0007 - 1]360$$

$$d = 0{,}0007 \cdot 360$$

$$d = 0{,}252\ a.a.$$

$$d = 25{,}2\%\ a.a.$$

Portanto, a taxa de trabalho, que é a taxa nominal, é de 25,20% a.a.

Obs.: Note que a taxa nominal, numa mesma relação temporal que a taxa efetiva (ao ano), foi menor que a taxa efetiva. Sempre que não houver alteração temporal, a taxa nominal será menor que a taxa efetiva.

Passando de taxa efetiva ao ano para taxa nominal ao mês (Obs.: há alteração de regime e temporal, passando de composto para simples e de ano para mês).

A taxa efetiva está ao ano, portanto f = 360 *dias*; a taxa nominal será ao mês, assim n = 30 *dias*.

$$d = \left[\left(i_{ef} + 1\right)^{1/f} - 1\right]n$$

$$d = \left[(0{,}27 + 1)^{1/360} - 1\right]30$$

$$d = [1{,}27^{0{,}0028} - 1]30$$

$$d = [1{,}0007 - 1]30$$

$$d = 0{,}0007 \cdot 30$$

$$d = 0{,}021\ a.m.$$

$$d = 2{,}10\%\ a.m.$$

Portanto, a taxa de trabalho, que é a taxa nominal, é de 2,10% a.m.

Faça você mesmo

1. Dada a taxa efetiva de 18,33% ao semestre, converta-a em taxa nominal ao ano e ao trimestre.

Resposta: 33,84% a.a. e 8,46% ao trimestre.

2. Sendo a taxa nominal de 45,27% ao biênio, converta-a em taxa efetiva biênio e ao semestre.

Resposta: 54,01% ao biênio e 11,10% ao semestre.

Sem medo de errar!

Você, como Gerente Financeiro, apresentou a seguinte proposta:

- Pagar uma entrada e financiar o restante em parcelas mensais e iguais, sob a taxa nominal de 13,2% a.a. em regime de juros compostos.

Resolução:

Como sua proposta trata-se de um financiamento em parcelas mensais e iguais, em regime de juros compostos, não calcularemos as parcelas com a taxa nominal porque ela é uma taxa de juros simples, por isso devemos convertê-la em taxa efetiva e ao mês.

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}132}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = (0{,}0004 + 1)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0004^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0121 - 1$$

$$i_{ef} = 0{,}0121\ a.m.$$

$$i_{ef} = 1{,}21\%\ a.m.$$

Portanto, a taxa de que iremos usar para calcular as parcelas mensais e iguais da proposta, que é a taxa efetiva, será de 1,21% a.m.

Com as informações que você tem obtido a cada seção desta unidade, você está se aproximando de obter os resultados que respondem à nossa situação de realidade profissional, proposta inicialmente, além de estar mais preparado para uma vida financeira de sucesso.

Atenção

* Taxa Efetiva (i_{ef}) → Juros Compostos.

* Taxa Nominal (*d*) → Juros Simples.

Lembre-se

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^f - 1$$

$$d = \left[\left(i_{ef} + 1\right)^{1/f} - 1\right] n$$

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Taxa Efetiva e Nominal	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer técnicas de cálculo de taxas nominais, efetivas e equivalentes.
3. Conteúdos relacionados	Taxa Efetiva e Nominal.
4. Descrição da SP	Um administrador deverá trabalhar com as seguintes informações para fazer uma análise financeira: • Taxa nominal de 36% a.a. • Taxa efetiva de 19,71% relacionada à nominal acima. O administrador notou que a taxa efetiva não apresenta a sua relação temporal. Ajude-o e calcule a relação temporal da taxa efetiva.
5. Resolução da SP	Para ajudarmos o administrador, devemos fazer uso da fórmula a seguir: $i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^f - 1$ $0{,}1971 = \left(\frac{0{,}36}{360} + 1\right)^f - 1$ $0{,}1971 + 1 = (0{,}001 + 1)^f$ $1{,}1971 = 1{,}001^f$ Como a incógnita é um expoente, devemos usar a seguinte propriedade dos logaritmos: $\ln a^x = x \cdot \ln a$

	Aplicando da seguinte forma: $$\ln 1{,}1971 = \ln 1{,}001^f$$ $$\ln 1{,}1971 = f \cdot \ln 1{,}001$$ $$\frac{\ln 1{,}1971}{\ln 1{,}001} = f$$ $$f = 179{,}99 = 180\ dias = 1\ semestre$$ Portanto, a relação temporal da taxa efetiva é ao semestre, a taxa efetiva é de 19,71% ao semestre.

Lembre-se

A taxa nominal, numa mesma relação temporal que a taxa efetiva, sempre será menor que a taxa efetiva.

Faça você mesmo

Um administrador deverá trabalhar com as seguintes informações para fazer uma análise financeira:

- Taxa efetiva de 36,44% ao bimestre.
- Taxa nominal de 19,71% relacionada à efetiva acima.

O administrador notou que a taxa nominal não apresenta a sua relação temporal.

Ajude-o e calcule a relação temporal da taxa nominal.

Resposta: a cada 38 dias

Faça valer a pena

1. Dada a taxa nominal de 5,42% a.m., calcule a taxa efetiva também a.m.

a) 5,45% a.m.
b) 4,55% a.m.
c) 5,54 % a.m.
d) 4,54% a.m.
e) 4,45% a.m.

2. Calcule a taxa nominal ao semestre da taxa efetiva de 16,79% ao semestre.

a) 12,6% ao semestre.
b) 16,2% ao semestre.
c) 61,2% ao semestre.
d) 62,1% ao semestre.
e) 6,21% ao semestre.

3. Para a taxa nominal de 24% a.a., calcule a taxa efetiva ao bimestre.

a) 4,29% ao bimestre.
b) 2,49% ao bimestre.
c) 4,92% ao bimestre.
d) 9,24% ao bimestre.
e) 9,42% ao bimestre.

Seção 2.4

Negociação com juros simples e compostos

Diálogo aberto

Caro aluno,

Esta seção é de suma importância para sua formação, não que as outras não sejam, mas aqui você terá a oportunidade aplicar todos os conceitos, até o momento apresentados, de uma só vez. A negociação faz parte de nossas vidas, ela é a oportunidade de adquirirmos bens de consumo dentro de nossas reais possibilidades, sem depreciar o valor real do bem.

Aqui você aprenderá a negociar valores e parcelas de financiamentos, o que pode garantir a possibilidade de pagamento sem causar transtornos, aumentando ou diminuindo o período de pagamento.

Para que você possa ver essa experiência, mais uma vez estará inserido na situação de realidade profissional do início da unidade, como Gerente Financeiro. Veja a sua nova etapa:

Você apresentou a seguinte proposta para que a Empresa Metalúrgica comprasse a máquina de que necessita:

- Nas seções anteriores, você já definiu a entrada e a taxa de juros compostos (efetiva) pela qual calculará o valor das parcelas propostas.

Então é chegada a hora:

- De calcular o valor das três parcelas que são mensais e iguais, sob a taxa nominal de 13,2% a.a., em regime de juros compostos.

E também de apresentar a proposta completa que será levada ao fornecedor para discussão.

Não pode faltar

A negociação tem como princípio um fundamento muito básico, que é: capital numa situação “A” tem que ser o mesmo numa situação “B”, ou seja, o capital do anúncio tem que ser o mesmo do proposto, independentemente da forma de pagamento e regime de juros, conforme apresentado a seguir:

$$C_A = C_B$$

onde:

C_A = capital numa situação “A”.

C_B = capital numa situação “B”.

Veja algumas formulações que podem lhe ajudar a compreender o que estamos apresentando:

De juros simples para juros simples	$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_A}}{1 + i_A n_{j_A}} = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_B}}{1 + i_B n_{j_B}}$
De juros compostos para juros compostos	$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_A}}{(1 + i_A)^{n_{j_A}}} = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_B}}{(1 + i_B)^{n_{j_B}}}$
De juros simples para juros compostos, ou vice-versa	$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_A}}{1 + i_A n_{j_A}} = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_B}}{(1 + i_B)^{n_{j_B}}}$
M_{j_A} e M_{j_B} = montantes nas situações “A” e “B” i_A e i_B = taxas de juros nas situações “A” e “B” n_{j_A} e n_{j_B} = períodos nas situações “A” e “B”	

Quando a situação envolver entrada, passaremos a trabalhar assim:

$$AV_A = AV_B$$

onde:

AV_A = valor à vista na situação “A”.

AV_B = valor à vista na situação “B”.

De juros simples para juros simples	$E_A + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_A}}{1 + i_A n_{j_A}} = E_B + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_B}}{1 + i_B n_{j_B}}$
De juros compostos para juros compostos	$E_A + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_A}}{(1 + i_A)^{n_{j_A}}} = E_B + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_B}}{(1 + i_B)^{n_{j_B}}}$
De juros simples para juros compostos, ou vice-versa	$E_A + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_A}}{1 + i_A n_{j_A}} = E_B + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_B}}{(1 + i_B)^{n_{j_B}}}$

Surgirão outras situações que não estão aqui representadas, mas são variações destas que você terá plenas condições de interpretar.

Não se esqueça, a partir de agora você fará uso de todos os conceitos apresentados anteriormente.

Assimile

Os conceitos fundamentais da negociação são:

$C_A = C_B$

$AV_A = AV_B$

Reflita

Como você desenvolveria um cálculo de financiamento em 120 parcelas mensais e iguais?

Pesquise mais

Desde o início deste curso estamos falando de juros simples, juros compostos, a curto prazo e a longo prazo, mas não justificamos suas aplicações e vantagens. Como você já tem um fundamento bem sólido, agora você entenderá o citado acima.

* Juros simples e curto prazo estão intimamente ligados, pois relação de curto prazo são investimentos e/ou pagamentos que ocorrem num prazo menor ou igual a 30 dias, e nessa situação a rentabilidade é maior em juros simples.

* Juros composto e longo prazo também estão muito ligados, a relação de longo prazo ocorre num prazo maior ou igual a 1 mês, nessa situação a rentabilidade é maior em juros compostos.

Veja: uma aplicação de R$ 10.000,00 a 1,2% a.m. em juros simples, considerando 5, 15, 30 dias (1 mês), 3 meses e 10 meses.

$$M = C(1 + in)$$

$$i_{eq} = \frac{0{,}012}{30} = 0{,}0004\ a.d. = 0{,}04\%\ a.d.$$

n	*M*=10000(1 + 0,0004n)	*M*[R$]
5 dias	*M*=10000(1 + 0,0004·5)	R$10020,00
15 dias	*M*=10000(1 + 0,0004·15)	R$10060,00
30 (1 mês)	*M*=10000(1 + 0,012·1)	R$10120,00
5 meses	*M*=10000(1 + 0,012·3)	R$10600,00
12 meses	*M*=10000(1 + 0,012·12)	R$11440,00

Uma aplicação de R$ 10.000,00 a 1,2% a.m. em juros compostos considerando 5, 15, 30 dias (1 mês), 3 meses e 10 meses.

$$M = C(1+i)^n$$

$$i_{eq} = (1+i)^{\frac{p}{a}} - 1 = (1+0{,}012)^{\frac{1}{30}} - 1 = 1{,}012^{0{,}0333} - 1 = 1{,}00039$$

$$i_{eq} = 0{,}00039\ a.d. = 0{,}039\%\ a.d.$$

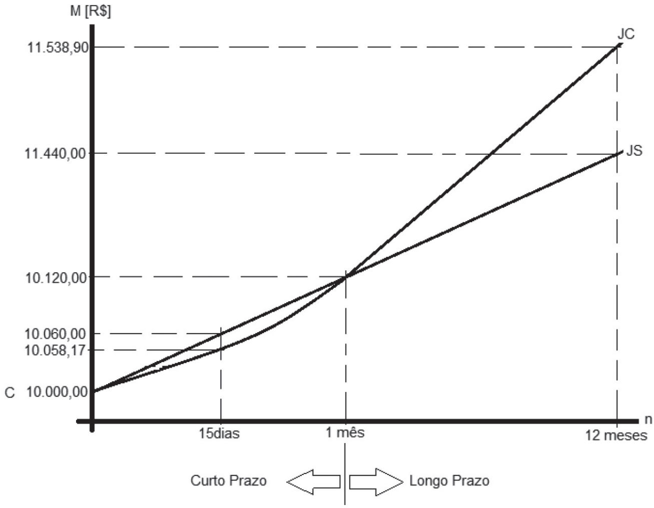
n	$M=1000\ (1+0{,}00039)^{n}$	*M*[R$]
5 dias	$M=10000\ (1+0{,}00039)^{5}$	R$10019,50
15 dias	$M=10000\ (1+0{,}00039)^{15}$	R$10058,70
30 (1 mês)	$M=10000\ (1+0{,}012)^{1}$	R$10120,00
5 meses	$M=10000\ (1+0{,}012)^{5}$	R$10614,60
12 meses	$M=10000\ (1+0{,}012)^{10}$	R$11538,90

Comparando as rentabilidades entre juros simples e compostos

n	Juros Simples	Juros Compostos	Maior Rentabilidade
5 dias	R$ 10020,00	R$ 10019,50	CURTO PRAZO
15 dias	R$ 10060,00	R$ 10058,70	
30 (1 mês)	R$ 10120,00	R$ 10120,00	
5 meses	R$ 10600,00	R$ 10614,60	LONGO PRAZO
12 meses	R$ 11440,00	R$ 11538,90	

Note que a curto prazo os juros simples apresentam maior rentabilidade que os juros compostos; e a longo prazo, os juros compostos são mais rentáveis. Vamos reforçar apresentando graficamente:

Gráfico 2.1 – Representação das rentabilidades à taxa de 1,2% a.m. de juros simples e compostos



Fonte: o autor.

Com a representação gráfica vista no Gráfico 2.1, reforça-se o citado anteriormente.

Para que você tenha maior agilidade em seus cálculos acesse o site. Disponível em:

<https://epxx.co/ctb/hp12c.html>. Acesso em: 5 jan. 2016.

E pesquise também a resolução pelo MS Excel.

Exemplificando

1. Um produto tem sua venda anunciada em duas parcelas mensais e iguais a R$ 600,00, sob o regime de juros compostos de 1,8% a.m. Um comprador interessado no produto propõe pagá-lo nas seguintes condições: 3 parcelas iguais vencendo em 2, 3 e 5 meses, sob taxa e regime de juros compostos de 2,0% a.m. Determine o valor das parcelas propostas.

$$C_{Anunciado} = C_{Proposto}$$

$$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Anúncio}}}{(1+i_{Anúncio})^{n_{j_{Anúncio}}}} = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Proposta}}}{(1+i_{Proposta})^{n_{j_{Proposta}}}}$$

$$\frac{600}{(1+0{,}018)^1} + \frac{600}{(1+0{,}018)^2} = \frac{M}{(1+0{,}02)^2} + \frac{M}{(1+0{,}02)^3} + \frac{M}{(1+0{,}02)^5}$$

$$\frac{600}{1{,}018} + \frac{600}{1{,}0363} = M\left[\frac{1}{(1+0{,}02)^2} + \frac{1}{(1+0{,}02)^3} + \frac{1}{(1+0{,}02)^5}\right]$$

$$\underbrace{1168{,}36}_{C_{Anunciado}=AV} = M\left[\frac{1}{1{,}0404} + \frac{1}{1{,}0612} + \frac{1}{1{,}1041}\right]$$

$$\underbrace{116836}_{C_{Anunciado}=AV} = M(0{,}9612 + 0{,}9423 + 0{,}9057)$$

$$1168{,}37 = 2{,}8092M$$

$$M = \frac{1168{,}36}{2{,}8092}$$

$$M = R\$415{,}91 \Rightarrow Valor\ das\ parcelas\ propostas$$

Resposta: O valor das parcelas propostas será de R$ 415,91.

2. Um produto está com sua venda anunciada em uma parcela de R$ 540,00 paga após 30 dias, sob regime de juros compostos e taxa nominal de 18% a.a. Um comprador interessado no produto propõe pagá-lo nas seguintes condições: 2 parcelas mensais e iguais, sob taxa e regime de juros compostos de 2,2% a.m. e entrada de R$ 200,00. Determine o valor das parcelas propostas.

Resolução:

O anúncio cita regime de juros compostos e taxa nominal, pelo estudado na seção anterior (2.3), regime de juros compostos trabalha com taxa efetiva, por isso devemos a taxa para efetiva e ao mês.

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^f - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}18}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = (0{,}0005 + 1)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 0{,}0151\ a.m. = 1{,}51\%\ a.m. = i$$

Como se trata de uma única parcela, vamos usar:

$$AV_{Anunciado} = C_{Anunciado} = \frac{M_{Anunciado}}{(1+i_{Anunciado})^{n_{Anunciado}}}$$

E para a proposta que envolve entrada e parcelas:

$$AV_{Proposto} = E_{Proposta} + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Proposta}}}{(1 + i_{Proposta})^{n_{j_{Proposta}}}}$$

Assim:

$$AV_{Anunciado} = AV_{Proposto}$$

$$\frac{M_{Anunciado}}{(1 + i_{Anunciado})^{n_{Anunciado}}} = E_{Proposta} + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Proposta}}}{(1 + i_{Proposta})^{n_{j_{Proposta}}}}$$

$$\frac{540}{(1 + 0{,}0151)^1} = 200 + \frac{M}{(1 + 0{,}022)^1} + \frac{M}{(1 + 0{,}022)^2}$$

$$\underbrace{531{,}97}_{AV_{Anunciado}} - 200 = M\left[\frac{1}{(1 + 0{,}022)^1} + \frac{1}{(1 + 0{,}022)^2}\right]$$

$$331{,}97 = 1{,}9359M$$

$$M = \frac{331{,}97}{1{,}9359}$$

$$M = R\$171{,}48 \Rightarrow Valor\ das\ parcelas\ propostas$$

Resposta: O valor das parcelas propostas será de R$ 171,48.

Faça você mesmo

Uma furadeira tem sua venda anunciada em duas parcelas quinzenais de R$ 320,00 sob regime de juros simples com taxa efetiva de 1,65% a.m. e entrada de R$ 150,00. Um encanador propõe adquiri-la com duas parcelas mensais e iguais sob regime de juros compostos e taxa nominal de 1,65% a.m. Calcule o valor da parcela proposta pelo encanador.

Resposta: As parcelas propostas pelo encanador têm o valor de R$ 324,01.

Sem medo de errar!

Vamos resolver a situação-problema desta seção, mas antes necessitamos recuperar as informações iniciais e as respostas obtidas nas seções anteriores.

Condições de venda da máquina de que a empresa Metalúrgica necessita:

- Três parcelas iguais a R$ 22.000,00 com vencimento a cada 10 dias, sob a taxa de juros simples de 1,2% a.m.

Condições da proposta apresentada pela Metalúrgica:

- Entrada:
    - Por meio de títulos de baixo porte: R$ 2.380,60 (Seção 2.1).
    - Por meio de títulos de alto porte: R$ 23.289,80 (Seção 2.2).
    - Valor total da entrada: R$ 25.670,40.
- Taxa de juros que definirá o valor das parcelas propostas:
    - Taxa efetiva de 1,21% a.m.
- Parcelamento proposto:
    - Três parcelas mensais e iguais.

Como o anúncio apresenta taxa de juros de 1,2% a.m. e trabalharemos em condição de ao dia, precisamos fazer uso da taxa equivalente em juros simples (Seção 2.1).

$$i_{eq} = \frac{0{,}012}{30} = 0{,}0004\ a.d. = 0{,}04\%\ a.d.$$

Dentro das condições apresentadas, calcularemos o valor das parcelas propostas:

$$AV_{Anunciado} = AV_{Proposto}$$

$$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Anunciada}}}{1 + i_{Anunciada} n_{j_{Anunciado}}} = E_{Proposta} + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Proposta}}}{(1 + i_{Proposta})^{n_{j_{Proposta}}}}$$

$$\frac{22000}{1 + 0{,}0004 \cdot 10} + \frac{22000}{1 + 0{,}0004 \cdot 20} + \frac{22000}{1 + 0{,}0004 \cdot 30} = 25670{,}40 + \frac{M}{(1 + 0{,}0121)^1} + \frac{M}{(1 + 0{,}0121)^2} + \frac{M}{(1 + 0{,}0121)^3}$$

$$21912{,}35 + 21825{,}40 + 21739{,}13 = 25670{,}40 + \frac{M}{(1 + 0{,}0121)^1} + \frac{M}{(1 + 0{,}0121)^2} + \frac{M}{(1 + 0{,}0121)^3}$$

$$65476{,}88 = 25670{,}40 + M\left(\frac{1}{1{,}0121} + \frac{1}{1{,}0243} + \frac{1}{1{,}0367}\right)$$

$$65476{,}88 - 25670{,}40 = M(0{,}9880 + 0{,}9763 + 0{,}9646)$$

$$39806,48 = 2,9289M$$

$$\frac{39806,48}{2,9289} = M$$

$$M = R\$13590,93$$

Portanto, o valor das parcelas propostas é de R$ 13.590,93.

Assim, a Empresa Metalúrgica apresenta a seguinte proposta de pagamento pela compra de máquina:

- Entrada: R$ 25.670,40.
- E três parcelas mensais e iguais a R$ 13.590,93.

Atenção

Quando for resolver os exercícios, atente para o regime de juros (simples ou compostos) e os tipos de taxa indicados.

Lembre-se

Taxa Efetiva → Juros compostos.

Taxa Nominal → Juros simples.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Negociação com Juros Simples e Compostos	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Aplicar os conceitos básicos de juros e parcelamento.
3. Conteúdos relacionados	Juros simples, juros compostos e taxas de juros.
4. Descrição da SP	Uma pessoa deseja fazer uma viagem por uma agência que está anunciando da seguinte forma: • Entrada de R$ 500,00. • 3 parcelas mensais e iguais a R$ 400,00, sob taxa e regime de juros compostos de 26% a.a. A interessada deseja fazer a viagem nas seguintes condições de pagamento:

<table>
<tr><td></td><td>

- Sem entrada.
- Em três parcelas vencendo em 1, 4 e 5 meses, e também decrescentes, de R$ 50,00, sob a taxa nominal de 22% a.a., em regime de juros compostos.

Determine os valores de pagamento propostos pela pessoa interessada.

Resposta: Cada parcela será uma menor que outra, no valor de R$ 50,00.
</td></tr>
<tr><td>5. Resolução da SP</td><td>

Vamos verificar as condições do anúncio:
Três parcelas mensais e iguais a R$ 400, 00 sob taxa e regime de juros compostos de 26% a.a., note que as parcelas são mensais e a taxa está ao ano, então teremos que convertê-la para ao mês pela taxa equivalente de juros compostos. Não há necessidade de usar o conceito de taxa efetiva, porque o problema deixa bem claro que se trata de taxa e regime de juros compostos, assim só temos que alterar a relação temporal (taxa equivalente).

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

$$i_{eq} = (1+0{,}26)^{1/12} - 1$$

$$i_{eq} = 1{,}26^{0{,}0833} - 1$$

$$i_{eq} = 1{,}0194 - 1$$

$$i_{eq} = 0{,}0194\ a.m. = 1{,}94\%\ a.m.$$

Verificando as condições de pagamento apresentadas pela interessada:
Parcelas em regime de juros composto e taxa nominal de 22% a.a. Juros compostos não trabalham com taxa nominal, parcelas são pagas aos meses e a taxa está ao ano, então precisamos alterar o regime e a relação temporal.

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}22}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = (0{,}0006 + 1)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0182 - 1$$

$$i_{ef} = 0{,}0182\ a.m. = 1{,}82\%\ a.m.$$

$$AV_{Anunciado} = AV_{Proposto}$$

$$E_{Anunciada} + \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Anunciada}}}{(1+i_{Anunciada})^{n_{j_{Anunciado}}}} = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Proposta}}}{(1+i_{Proposta})^{n_{j_{Proposta}}}}$$
</td></tr>
</table>

$$500+\frac{400}{(1+0{,}0194)^{1}}+\frac{400}{(1+0{,}0194)^{2}}+\frac{400}{(1+0{,}0194)^{3}}=$$

$$\frac{M}{(1+0{,}0182)^{1}}+\frac{M-50}{(1+0{,}0182)^{4}}+\frac{M-100}{(1+0{,}0182)^{5}}$$

$$500+\frac{400}{1{,}0194}+\frac{400}{1{,}0392}+\frac{400}{1{,}0593}=\frac{M}{1{,}0182}+\frac{M-50}{1{,}0748}+\frac{M-100}{1{,}0944}$$

$$1654{,}91=\frac{M}{1{,}0182}+\frac{M}{1{,}0748}-\frac{50}{1{,}0748}+\frac{M}{1{,}0944}-\frac{100}{1{,}0944}$$

$$1654{,}91=\frac{M}{1{,}0182}+\frac{M}{1{,}0748}+\frac{M}{1{,}0944}-\frac{50}{1{,}0748}-\frac{100}{1{,}0944}$$

$$\underbrace{1654{,}91}_{AV_{Anunciado}}=M\left(\frac{1}{1{,}0182}+\frac{1}{1{,}0748}+\frac{1}{1{,}0944}\right)-\frac{50}{1{,}0748}-\frac{100}{1{,}0944}$$

$$\underbrace{1654{,}91}_{AV_{Anunciado}}=M(0{,}9821+0{,}9304+0{,}9137)-46{,}52-91{,}37$$

$$\underbrace{1654{,}91}_{AV_{Anunciado}}+46{,}52+91{,}37=2{,}8262M$$

$$1792{,}80=2{,}8262M$$

$$\frac{1792{,}80}{2{,}8262}=M$$

$$M=R\$634{,}35\Rightarrow Valor\ da\ 1a.\ parcela$$

$$M-50=R\$584{,}35\Rightarrow Valor\ da\ 2a.\ parcela$$

$$M-100=R\$534{,}35\Rightarrow Valor\ da\ 1a.\ parcela$$

Resposta: Os valores de pagamento propostos pela pessoa interessada foram:
1º mês – R$ 634,35.
4º mês – R$ 584,35.
5º mês – R$ 534,35.

Lembre-se

Numa negociação o capital ou valor à vista numa situação inicial sempre deverá ser igual numa situação secundária.

Faça você mesmo

Uma financiadora propõe um empréstimo em duas parcelas mensais e iguais a R$ 750,00, sob regime de juros compostos e taxa nominal de 1,5% a.m. O interessado no empréstimo contrapropõe pagar em três parcelas bimestrais sob a mesma taxa e regime da financiadora. Determine o valor das parcelas propostas pelo interessado.

Resposta: O valor das parcelas propostas pelo interessado é de R$ 518,94.

Faça valer a pena

1. Um alfaiate parcela o feitio de um terno em duas parcelas iguais de R$ 300,00 a cada sete dias, sob regime e taxa de juros simples de 0,035% a.d. Um senhor interessado em um terno apresenta a proposta de pagar o feitio em três parcelas iguais, vencendo a cada dez dias, sob a mesma taxa e regime imposto pelo alfaiate. Determine o valor das parcelas propostas pelo senhor que deseja o terno.

a) R$ 276,00.
b) R$ 207,06.
c) R$ 200,67.
d) R$ 267,00.
e) R$ 206,70.

2. Uma loja de vestuário masculino financia um terno em duas parcelas mensais e iguais a R$ 350,00 sob regime e taxa de juros compostos de 2% a.m. Uma pessoa tem interesse em adquirir um terno, porém deseja pagá-lo em três vezes mensais e iguais nas mesmas condições de financiamento. Determine o valor mensal que a pessoa interessada deseja pagar.

a) R$ 235,64.
b) R$ 253,46.
c) R$ 246,53.
d) R$ 264,35.
e) R$ 254,63.

3. Um sapateiro cobra por um conserto com pintura duas parcelas de R$ 150,00 a cada 12 dias, sob regime e taxa de juros simples de 0,043% a.d. Uma pessoa deseja pagar esse serviço em duas parcelas mensais e iguais sob regime e taxa de juros composto de 1,32% a.m. Qual o valor das parcelas que a pessoa está disposta a pagar?

a) R$ 181,05.
b) R$ 151,80.
c) R$ 185,01.
d) R$ 111,58.
e) R$ 115,08.

Referências

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

CARVALHO, L. C. S.; ELIA, B. S.; DECOTELLI, C. A. **Matemática financeira aplicada**. Rio de Janeiro: FGV, 2009.

FILHO, O. K. **Fundamentos da matemática financeira**. 2. ed., Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2010.

SEBRAE. **Capital de Giro**. Disponível em: <http://www.sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/artigos/O-que-%C3%A9-e-como-funciona-o-capital-de-giro%3F>. Acesso em: 05 jan. 2016.

Análise de Financiamentos

Convite ao estudo

Caro aluno,

Seja bem-vindo a mais uma unidade de ensino, que está mais próxima de nossa realidade, pois fazemos ou conhecemos pessoas que fazem compras financiadas, ou seja, parceladas em valores mensais e iguais, e também fazem empréstimos, entre outros.

Você será apresentado a uma série de formas de financiamentos, aprenderá os cálculos de parcelas, de taxas de juros, número de parcelas a financiar e, com esse conhecimento, você terá uma base muito boa para aplicar profissionalmente, além de gerenciar sua vida financeira com maior facilidade.

Esta unidade foi denominada “Análise de Financiamentos” e será composta pelas seções apresentadas a seguir:

- Seção 3.1 – Valor Presente – Financiamento.
- Seção 3.2 – Valor Presente – Financiamento com Entrada.
- Seção 3.3 – Valor Presente – Condições Especiais.
- Seção 3.4 – Determinação da Taxa de Juros do Valor Presente.

Para melhor compreensão e desenvolvimento de suas habilidades, você será inserido num problema de situação real em que deverá apresentar as soluções com o conhecimento adquirido em cada seção. Veja o problema:

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$

38.000,00, sendo que seu salário é de R$ 2.700,00. Sabe-se que o financiamento será aprovado se o valor das parcelas for, no máximo, de 1/3 do salário do comprador. Sendo assim, o vendedor da loja de veículos apresenta as seguintes propostas:

• 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a.

• 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a. com entrada de 20% do valor à vista.

• 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a. com entrada de 20% do valor à vista, pagando a primeira após 3 meses.

Mas você sabe que um amigo comprou um carro de R$ 30.000,00 em 48 vezes mensais e iguais de R$ 789,89 numa outra revendedora. Você determinará a taxa de juros compostos que foi aplicada no financiamento de seu amigo e calculará o valor da parcela para o seu veículo.

Ao término desta unidade e realizadas todas as etapas, você decidirá qual financiamento é mais adequado para a sua situação financeira.

Seção 3.1

Valor presente - financiamento

Diálogo aberto

Caro aluno,

Conforme previamente apresentado no início desta unidade, estudaremos os princípios mais básicos de financiamento a longo prazo, como quando compramos uma geladeira, um televisor, um carro, entre outros. Atendendo às competências gerais e técnicas, que são: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo e conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.

Acreditamos que você se sentirá muito à vontade com esse assunto, pois ele faz parte da nossa realidade. Aproveite para levantar questionamentos sobre o assunto, porque é assim que irá adquirir maior desenvoltura para desenvolver os cálculos aqui necessários.

Inicialmente, mostramos o problema de situação real em que você está inserido, agora apresentaremos a situação-problema que deverá resolver nesta seção. Lógico que ela é uma parcela do seu problema de situação real:

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00, sendo que seu salário é de R$ 2.700,00. Sabe-se que o financiamento será aprovado se o valor das parcelas for, no máximo, de 1/3 do salário do comprador. Sendo assim, o vendedor da loja de veículos apresenta a seguinte proposta:

- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a.

Com base nas teorias e exemplos apresentados nesta seção, você deverá determinar o valor da parcela dessa proposta de financiamento.

Mas, para que você obtenha êxito, vamos à teoria, pois ela lhe ajudará muito.

Não pode faltar

O financiamento, também denominado valor presente, tem como base de fundamento o assunto apresentado na Seção 1.4 – Série de Juros Compostos.

Vamos traçar um paralelo com tudo o que você vem aprendendo:

- Valor presente – financiamento é em juros compostos por se tratar de uma relação financeira a longo prazo, geralmente suas parcelas ocorrem em relação mensal ou superior.

- Valor presente – financiamento é um caso particular de Série de Juros Compostos.

- Valor presente – financiamento usa a taxa de juros compostos, devido ao regime de juros apresentado, por isso também se usa a taxa efetiva.

- Valor presente – financiamento, não se esqueça, por trabalhar com taxa efetiva, quando aparecer taxa nominal, você deverá convertê-la em taxa efetiva.

A fórmula matemática que expressa o valor presente – financiamento é dada por:

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Onde:

VP = valor presente, capital, valor à vista.

parc = parcela, prestações iguais.

n = número total de parcelas, prestações iguais e periódicas.

i = taxa de juros compostos, taxa efetiva.

Podemos alegar que $C = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_j}{(1+i)^{n_j}}$ é igual a $VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$ para situações de parcelas iguais e periódicas, o que será demonstrado a seguir.

Determine o valor à vista de um produto que está financiado em duas parcelas mensais e iguais a R$ 1.000,00 sob a taxa de juros compostos de 2% a.m.

Tabela 3.1

$\boldsymbol{C} = \sum_{j=1}^{j} \frac{\boldsymbol{M_j}}{(1+\boldsymbol{i})^{n_j}}$	$\boldsymbol{VP} = \boldsymbol{parc}\left[\frac{1-(1+\boldsymbol{i})^{-n}}{\boldsymbol{i}}\right]$
$AV = C = \frac{1000}{1{,}02^1} + \frac{1000}{1{,}02^2}$ $\boldsymbol{AV} = \boldsymbol{C} = \boldsymbol{R\$}1941{,}56$	$AV = VP = 1000\left[\frac{1-(1+0{,}02)^{-2}}{0{,}02}\right]$ $\boldsymbol{AV} = \boldsymbol{VP} = \boldsymbol{R\$}1941{,}56$

Se essas fórmulas chegam aos mesmos resultados, por que aprendê-las?

Essas fórmulas apresentam vantagens e desvantagens em suas aplicações, veja a seguir:

Tabela 3.2

	$\boldsymbol{C} = \sum_{j=1}^{j} \frac{\boldsymbol{M_j}}{(1+\boldsymbol{i})^{n_j}}$	$\boldsymbol{VP} = \boldsymbol{parc}\left[\frac{1-(1+\boldsymbol{i})^{-n}}{\boldsymbol{i}}\right]$
Vantagens	• Trabalhar com qualquer condição de parcelamento, as parcelas não têm que ser iguais. • Trabalhar com parcelamentos não periódicos.	• Trabalhar com parcelamentos com número muito grande de parcelas, como 60, 120, 180 parcelas.
Desvantagens	• Não é aconselhável para parcelamentos com números de parcelas superiores a quatro, por ter que executar um número excessivo de cálculo de parcelas individuais.	• Só calcula parcelas iguais. • As parcelas deverão sempre ter vencimentos periódicos, como mensais, bimestrais, semestrais, entre outros.

Assimile

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Onde:
VP = valor presente, capital, valor à vista.
parc = parcela, prestações iguais.
n = número total de parcelas, prestações iguais e periódicas.
i = taxa de juros compostos, taxa efetiva.

Reflita

Eu consigo verificar todos os financiamentos e parcelamentos que já fiz?

Pesquise mais

Para que você possa se aprofundar no assunto, acesse:

Disponível em: <http://www.ufjf.br/andre_hallack/files/2009/08/matfin-091.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2015. Leia a partir da página 46.

Também acesse: Disponível em: <https://epxx.co/ctb/hp12c.html>. Acesso em: 5 jan. 2016.

E verifique a resolução pelo MS Excel.

Exemplificando

1. Um climatizador teve seu valor de venda à vista anunciado a R$ 490,00, mas a loja também pode financiá-lo em 10 vezes mensais e iguais, sob a taxa de juros compostos de 3% a.m. Determine o valor da prestação se o climatizador for financiado.

Resolução:

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Onde:

VP = AV = R$ 490,00.

parc = ?

n = 10 parcelas mensais e iguais.

i = 3% a.m. = 0,03 a.m.

$$490 = parc\left[\frac{1-(1+0{,}03)^{-10}}{0{,}03}\right]$$

$$490 = parc\left[\frac{1-0{,}7441}{0{,}03}\right]$$

$$490 = parc\left[\frac{0{,}2559}{0{,}03}\right]$$

$$490 = parc\ 8{,}53$$

$$\frac{490}{8,53} = parc$$

$$parc = R\$57,44$$

Resposta: Caso o climatizador seja financiado em 10 vezes mensais e iguais, cada parcela terá o valor de R$ 57,44.

2. Um notebook tem o preço de venda à vista de R$ 2.100,00 e está com sua venda anunciada em parcelas mensais e iguais de R$ 400,60 sob a taxa de juros compostos de 4% a.m. Calcule o número de parcelas desse financiamento.

Resolução:

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Onde:

VP = AV = R$ 2100,00.

parc = R$ 400,60.

n = ?

i = 4% a.m. = 0,04 a.m.

$$2100 = 400,60\left[\frac{1-(1+0,04)^{-n}}{0,04}\right]$$

$$\frac{2100}{400,60} = \left[\frac{1-(1+0,04)^{-n}}{0,04}\right]$$

$$5,2421 \cdot 0,04 = 1-(1+0,04)^{-n}$$

$$0,2097 - 1 = -(1,04)^{-n}$$

$$\left[-0,7903 = -(1,04)^{-n}\right](-1)$$

$$0,7903 = 1,04^{-n}$$

Aplicando a propriedade dos logaritmos: $\ln a^x = x \cdot \ln a$

$$\ln 0,7903 = \ln 1,04^{-n}$$

$$\ln 0,7903 = -n \cdot \ln 1,04$$

$$-n = \frac{\ln 0,7903}{\ln 1,04} = \frac{-0,2353}{0,0392} = -6,0026$$

$$(-n = -6,0026)(-1)$$

$$n = 6\ parcelas\ mensais\ e\ iguais$$

Resposta:

Esse financiamento tem seis parcelas mensais e iguais de R$ 400,60.

Faça você mesmo

Um veículo tem valor de venda à vista de R$ 65.000,00, mas a revendedora o financia a uma taxa de juros compostos de 101,22% a.a. Calcule o valor das parcelas se esse veículo for financiado em 56 parcelas mensais e iguais.

Resposta: O valor das parcelas será de R$ 4.055,33, caso o veículo seja financiado em 56 parcelas mensais e iguais.

Sem medo de errar

Vamos retomar a situação em que você está inserido e desenvolver os cálculos necessários para obtermos a resposta.

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00, sendo que seu salário é de R$ 2.700,00. Sabe-se que o financiamento será aprovado se o valor das parcelas for, no máximo, de 1/3 do salário do comprador. Sendo assim, o vendedor da loja de veículos apresenta a seguinte proposta:

- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a.

Resolução:

Você tem um salário de R$ 2.700,00 e sabe que a parcela não poderá ser superior a 1/3 do que recebe como salário, assim:

$$Valor\ máximo\ da\ parcela = \frac{1}{3}.\ Valor\ do\ salário$$

$$Valor\ máximo\ da\ parcela = \frac{1}{3}.\ 2700$$

Valor máximo da parcela = R$ 900,00

Portanto, para que seu financiamento seja aprovado, a parcela não deverá ser superior a R$ 900,00.

Calculando o valor da parcela do financiamento apresentado pelo vendedor:

- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a.

Como se trata de um financiamento a longo prazo, a taxa de juros a ser aplicada é de juros compostos ou efetiva, então devemos convertê-la para efetiva:

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0,18}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = \left(0,0005 + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1,0151 - 1$$

$$i_{ef} = 0,0151\ a.m. = 1,51\%\ a.m.$$

Agora, vamos calcular o valor da parcela do financiamento:

$$VP = parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$$

Onde:

VP = AV = R$ 38.000,00.

parc = ?

n = 48 parcelas mensais e iguais.

i = 1,51% a.m. = 0,0151 a.m.

$$38000 = parc\left[\frac{1-(1+0{,}0151)^{-48}}{0{,}0151}\right]$$

$$38000 = parc\left[\frac{1-0{,}4871}{0{,}0151}\right]$$

$$38000 = parc\left[\frac{0{,}5129}{0{,}0151}\right]$$

$$38000 = parc \cdot 33{,}9669$$

$$\frac{38000}{33{,}9669} = parc$$

$$parc = R\$1118{,}74$$

Resposta: O financiamento proposto pelo vendedor resultará em 48 parcelas mensais e iguais a R$ 1.118,74, mas já notamos que o financiamento não será aprovado porque a parcela apresenta valor superior a R$ 900,00, que é limitante para a aprovação.

Atenção

Mantenha-se atento a esses detalhes:

- Valor presente – financiamento é em juros compostos por se tratar de uma relação financeira a longo prazo, geralmente suas parcelas ocorrem em relação mensal ou superior.
- Valor presente – financiamento é um caso particular de série de juros compostos.
- Valor presente – financiamento usa taxa de juros compostos, devido ao regime de juros apresentado, por isso também se usa a taxa efetiva.
- Valor presente – financiamento, não se esqueça, por trabalhar com taxa efetiva, quando aparecer taxa nominal, você deverá convertê-la em taxa efetiva.

Lembre-se

Nas situações aqui apresentadas, o valor à vista será sempre igual ao capital, que é igual ao valor presente (VP).

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu, transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Valor presente - financiamento	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.
3. Conteúdos relacionados	Matemática básica, conceitos básicos de juros e parcelamento, técnicas de financiamento.
4. Descrição da SP	Um produto está com sua venda anunciada em duas parcelas semestrais, sob o regime e taxa de juros compostos de 24% a.a., sendo a primeira parcela de R$ 17.000,00 e a segunda parcela de R$ 10.000,00. Um comprador interessado no produto propõe adquiri-lo, pagando em 12 parcelas mensais e iguais sob o mesmo regime e taxa de juros. Determine o valor de cada parcela proposta pelo comprador.
5. Resolução da SP	Note que a resolução desse problema está associada aos conhecimentos de outras unidades, nesse caso, teremos que rever e aplicar os conceitos de negociação: $$C_{Anunciado} = C_{Proposto}$$ $$C_{Anunciado} = \sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Anunciado}}}{\left(1+i_{Anunciado}\right)^{n_{j_{Anunciado}}}}$$ $$VP_{Proposto} = parc_{Proposta}\left[\frac{1-\left(1+i_{Proposto}\right)^{-n_{Proposto}}}{i_{Proposto}}\right]$$ $$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Anunciado}}}{\left(1+i_{Anunciado}\right)^{n_{j_{Anunciado}}}} = parc_{Proposta}\left[\frac{1-\left(1+i_{Proposto}\right)^{-n_{Proposto}}}{i_{Proposto}}\right]$$ Mas, antes de fazer uso da formulação apresentada, teremos de converter a taxa. Note que a taxa e o problema são juros compostos, até aí tudo certo; mas ela está apresentada ao ano, o anúncio pede ao semestre e a proposta, ao mês. Então, para fazer os ajustes necessários, teremos que fazer uso de taxa equivalente em juros compostos. Para o anúncio: $$i_{eq} = \left(1+i\right)^{\frac{p}{a}} - 1$$ $$i_{eq} = \left(1+0,24\right)^{\frac{6}{12}} - 1$$ $$i_{eq} = 1,24^{0,5} - 1 = 1,1136 - 1$$ i_{eq} = 0,1136 ao semestre = 11,13% ao semestre (Seção 1.3)

	Para a proposta: $$i_{eq} = (1+i)^{\frac{p}{a}} - 1$$ $$i_{eq} = (1+0,24)^{\frac{1}{12}} - 1$$ $$i_{eq} = 1,24^{0,0833} - 1 = 1,0181 - 1$$ i_{eq} = 0,0181a.m. = 1,81%a.m. (Seção 1.3) Agora, sim, estamos prontos para aplicar a formulação: $$\sum_{j=1}^{j} \frac{M_{j_{Anunciado}}}{(1+i_{Anunciado})^{n_{j_{Anunciado}}}} = parc_{Proposta}\left[\frac{1-(1+i_{Proposto})^{-n_{Proposto}}}{i_{Proposto}}\right]$$ $$\frac{17000}{(1+0,1136)^1} + \frac{10000}{(1+0,1136)^2} = parc\left[\frac{1-(1+0,0181)^{-12}}{0,0181}\right]$$ $$\frac{17000}{1,1136} + \frac{10000}{1,2401} = parc\left[\frac{1-(1+0,0181)^{-12}}{0,0181}\right]$$ $$15265,80 + 8063,87 = parc\left[\frac{1-0,8063}{0,0181}\right]$$ $$\underset{\text{Valor à Vista do Produto}}{\underset{\Downarrow}{23329,67}} = parc\left[\frac{0,1937}{0,0181}\right]$$ $$23329,67 = parc \cdot 10,7017$$ $$parc = \frac{23329,67}{10,7017}$$ $$parc = R\$2171,59$$ Resposta: Portanto, o valor de cada parcela proposta pelo comprador será de R$ 2.171,59.

Lembre-se

Todos os conceitos apresentados em unidades anteriores serão aplicados nesta unidade. Assim, será de grande valia revisá-los.

Faça você mesmo

Uma loja anuncia a venda de uma ferramenta em 12 vezes mensais e iguais a R$ 120,00, sob o regime de juros compostos com taxa nominal de 1,32% a.m. Um profissional propõe adquiri-la, mas pagando em três vezes, vencendo em 2, 3 e 6 meses, sob o mesmo regime e taxa utilizados pela loja. Determine o valor das parcelas propostas pelo profissional.

Resposta: O valor das parcelas propostas pelo profissional foi de R$ 462,84.

Faça valer a pena

1. Uma loja de departamentos está vendendo uma geladeira de inox por R$ 6.000,00 à vista ou parcelada em 24 vezes iguais, sob a taxa de juros compostos de 1,5% a.m. Calcule o valor das parcelas:

a) R$ 295,90.

b) R$ 259,09.

c) R$ 299,50.

d) R$ 502,99.

e) R$ 529,09.

2. Uma loja de departamentos está vendendo uma geladeira de inox por R$ 6.000,00 à vista, ou parcelada em 18 vezes iguais, sob a taxa de juros compostos de 28,0% a.a. Calcule o valor das parcelas:

a) R$ 360,86.

b) R$ 402,97.

c) R$ 415,52.

d) R$ 440,07.

e) R$ 505,90.

3. Um notebook foi financiado em 6 parcelas mensais e iguais de R$ 353,00 sob o regime e taxa de juros compostos de 2,33% a.m. Determine o valor à vista desse produto:

a) R$ 1.990,55.

b) R$ 1.955,90.

c) R$ 1.995,09.

d) R$ 1.559,90.

e) R$ 1.595,09.

Seção 3.2

Valor presente – financiamento com entrada

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta seção, daremos seguimento ao assunto apresentado na seção anterior, que é estudar e desenvolver nosso conhecimento com relação ao financiamento, mas iremos inserir mais uma variável: a entrada, fator muito comum quando compramos qualquer bem financiado, como: carros, televisores, computadores, entre outros. Assim, mais uma vez, atenderemos às competências gerais e técnicas, que são: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo, conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.

Este é mais um assunto que lhe interessará muito, pois faz parte diretamente do nosso dia a dia. É comum chegar a um estabelecimento comercial com o intuito de comprar um bem e, quando nos apresentam o financiamento deste, por sua vez, questionamos os valores das prestações, caso apresentemos uma entrada.

Nesta unidade, apresentamos um problema de situação real em que você está inserido, o que gerou uma situação-problema que deverá ser resolvida nesta seção, a qual é uma fração do nosso problema de situação real.

Veja a situação-problema a ser resolvida:

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00 e uma das propostas apresentada pelo vendedor da loja de veículos é:

- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a. com entrada de 20% do valor à vista.

Em função do conhecimento transmitido nesta seção, você deverá apresentar os valores da entrada e das parcelas dessa proposta de financiamento.

Mas, para que tenhamos sucesso nessa empreitada, vamos nos dedicar a entender os conceitos que estão envolvidos nesse problema.

Não pode faltar

O assunto valor presente – financiamento com entrada é um caso relacionado ao assunto estudado na seção anterior (3.1 - valor presente – financiamento), sendo assim, apresenta, com relação às parcelas, as mesmas características já vistas: parcelas periódicas e iguais, calculadas em regime de juros compostos. A novidade é a entrada, cujo conceito também já nos foi apresentado na Unidade 1.

Vamos deixar claro:

VP = valor a ser financiado.

AV = valor à vista.

E = entrada.

$$VP = AV - E$$

Mas também aprendemos que:

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Onde:

VP = valor presente, capital, valor à vista.

parc = parcela, prestações iguais.

n = número total de parcelas, prestações iguais e periódicas.

i = taxa de juros compostos, taxa efetiva.

Substituindo VP por $AV - E$ na equação $VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$, passaremos a ter a equação que nos auxiliará a resolver problemas de financiamento com entrada, como apresentado a seguir:

$$AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = valor à vista.

E = entrada.

parc = parcela, prestações iguais.

n = número total de parcelas, prestações iguais e periódicas.

i = taxa de juros compostos, taxa efetiva.

Assimile

É fundamental que você tenha esse conhecimento:

$$VP = AV - E$$

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Por isso:

$$AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Reflita

Em situações de financiamento que você pode pagar entrada, seria vantajosa essa decisão?

Pesquise mais

Adquira mais conhecimento sobre o assunto. Disponível em: <http://www.matematicadidatica.com.br/FinanciamentoVeiculo.aspx>. Acesso em: 26 jan. 2016.

E também: Disponível em: <http://www.financetraining.com.br/docs/hp12c.pdf>. Acesso em: 26 jan. 2016.

Exemplificando

Um produto cujo valor à vista é de R$ 12.000,00 está com sua venda anunciada em 18 parcelas mensais e iguais, sob o regime e taxa de juros compostos de 2% a.m. e com entrada de R$ 3.000,00. Determine o valor das parcelas:

Resolução:

$$AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = R$ 12.000,00.

E = R$ 3.000,00.

parc = O valor que desejamos conhecer.

n = 18.

i = 2% a.m. = 0,02 a.m.

$$12000 - 3000 = parc\left[\frac{1-(1+0,02)^{-18}}{0,02}\right]$$

$$9000 = parc\left[\frac{1-0,7002}{0,02}\right]$$

$$\frac{9000}{14,99} = parc$$

$$parc = R\$600,40$$

Resposta: O valor das parcelas é de R$ 600,40 cada.

Faça você mesmo

Uma ferramenta que tem valor à vista de R$ 5.400,00 tem sua venda anunciada em 10 parcelas mensais e iguais, sob regime de juros compostos de 3,2% a.m. e entrada igual ao valor de parcela. Calcule o valor da entrada.

Resposta: O valor da entrada, que é igual ao valor das parcelas, é de R$ 571,80.

Sem medo de errar

Vamos à situação-problema em que você está inserido para desenvolver os cálculos necessários à resposta.

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00 e uma das propostas apresentadas pelo vendedor da loja de veículos é:

- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a. com entrada de 20% do valor à vista.

Resolução:

Vamos reapresentar a taxa efetiva mensal necessária para o desenvolvimento, porque estamos trabalhando em regime de juros compostos, e a taxa apresentada foi a nominal, que se trata de juros simples, e também convertê-la ao mês, pois a fornecida está ao ano. Mas isso é fácil, pois já calculamos na seção anterior (Seção 3.1).

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0,18}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = (0,0005 + 1)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1,0151 - 1$$

$$i_{ef} = 0,0151 a.m. = 1,51\% a.m.$$

O próximo passo será definir o valor da entrada (E), que é 20% do valor à vista do veículo, R$ 38.000,00:

$$E = 0,20 \cdot 38000$$

$$E = R\$7600,00$$

Com essas informações, podemos calcular o valor das parcelas desse financiamento:

$$AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = R$ 38.000,00.
E = R$ 7.600,00.

parc = O valor que desejamos conhecer.

n = 48.

i = 1,5% a.m. = 0,015 a.m.

$$38000 - 7600 = parc\left[\frac{1-(1+0,0151)^{-48}}{0,0151}\right]$$

$$30400 = parc\left[\frac{1-0,4871}{0,0151}\right]$$

$$30400 = parc \cdot 33,9669$$

$$\frac{30400}{33,9669} = parc$$

$$parc = R\$894,99$$

Concluímos que esse financiamento terá entrada de R$ 7.600,00 e 48 parcelas mensais e iguais a R$ 894,99.

Atenção

Nesse problema, o texto levará você naturalmente ao uso da equação $AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$, porque ele cita parcelas mensais e iguais num número relativamente alto (48 vezes) com entrada.

Lembre-se

É fundamental que você tenha esse conhecimento:

$$VP = AV - E$$

Por isso:

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu, transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Valor presente – financiamento com entrada	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.
3. Conteúdos relacionados	Matemática básica, conceitos básicos de juros e parcelamento, e também técnicas de financiamento.
4. Descrição da SP	Um produto cujo valor à vista é de R$ 13.000,00 teve sua venda financiada em parcelas mensais e iguais a R$ 468,00 com entrada de R$ 2.800,00, sob regime e taxa de juros compostos de 23% a.a. Determine o número de parcelas desse financiamento.
5. Resolução da SP	Para resolver o problema, necessitamos, inicialmente, aplicar os conceitos de taxa equivalente em juros compostos, porque ela está ao ano, e necessitamos dela ao mês. $$i_{eq} = (1+i)^{\frac{p}{a}} - 1$$ $$i_{eq} = (1+0,23)^{\frac{1}{12}} - 1$$ $$i_{eq} = 1,23^{0,0833} - 1 = 1,0174 - 1$$ $$i_{eq} = 0,0174\,a.m. = 1,74\%a\,m.$$

	Com essa informação ajustada à necessidade e às demais informações contidas no texto do problema, podemos calcular o número de parcelas do financiamento. $$AV - E = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$ Em que: AV = R$ 13.000,00. E = R$ 2.800,00. parc = R$ 468,00. n = o que desejamos obter. i = 1,74% a.m. = 0,0174 a.m. $$13000 - 2800 = 468\left[\frac{1-(1+0{,}0174)^{-n}}{0{,}0174}\right]$$ $$\frac{10200}{468} = \left[\frac{1-1{,}0174^{-n}}{0{,}0174}\right]$$ $$21{,}7949 \cdot 0{,}0174 - 1 = -1{,}0174^{-n}$$ $$0{,}3792 - 1 = -1{,}0174^{-n}$$ $$(-0{,}6208 = -1{,}0174^{-n})(-1)$$ $$0{,}6208 = 1{,}0174^{-n}$$ Aplicando nos dois termos $\ln$ e, posteriormente, a teoria das propriedades dos logaritmos $\ln a^x = x \ln a$; esses recursos nos ajudarão a obter o número de parcelas: $$\ln 0{,}6208 = \ln 1{,}0174^{-n}$$ $$\ln 0{,}6208 = -n \cdot \ln 1{,}0174$$ $$\frac{\ln 0{,}6208}{\ln 1{,}0174} = -n$$ $$\frac{-0{,}4767}{0{,}0173} = -n$$ $$(-27{,}5549 = -n)(-1) \Leftrightarrow n = 27{,}5549 \Rightarrow n \cong 28\,parcelas$$ Resposta: Esse é um financiamento de 28 parcelas mensais e iguais de R$ 468,00.

Lembre-se

Sempre que desejar calcular o número de parcelas de um financiamento, você deverá aplicar a teoria das propriedades dos logaritmos:

$$\ln a^{x} = x \ln a$$

Faça você mesmo

Uma compra de R$ 10.000,00 foi financiada em 18 parcelas mensais e iguais de R$ 500,00 com entrada, sob regime e taxa de juros compostos de 2,4% a.m. Determine o valor da entrada.

Reposta: A entrada paga nesse financiamento foi de R$ 2.760,40.

Faça valer a pena

1. Um produto cujo valor à vista é de R$ 7.200,00 tem sua venda anunciada com entrada de R$ 800,00 e 12 parcelas mensais e iguais, sob regime e taxa de juros compostos de 4% a.m. Determine o valor das parcelas:

a) R$ 681,94.
b) R$ 941,89.
c) R$ 814,96.
d) R$ 916,48.
e) R$ 964,18.

2. Uma compra foi financiada em 15 parcelas mensais e iguais de R$ 433,50, sob regime e taxa de juros compostos de 3,3% a.m., com entrada de R$ 250,00. Determine o valor à vista dessa compra:

a) R$ 5.631,40.
b) R$ 4.163,05.
c) R$ 6.041,53.
d) R$ 5.314,06.
e) R$ 6.541,03.

3. Um relógio tem valor à vista de R$ 2.500,00 e sua compra foi financiada com entrada e 12 parcelas mensais e iguais de R$ 180,00, sob regime e taxa de juros compostos de 1,8% a.m. Determine o valor da entrada desse financiamento:

a) R$ 927,59.
b) R$ 997,52.
c) R$ 952,97.
d) R$ 572,99.
e) R$ 729,95.

Seção 3.3

Valor presente – condições especiais

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta seção, atenderemos às competências gerais e técnicas, que são: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo, e conhecer técnicas de cálculo de taxas nominais, efetivas e equivalentes. Continuaremos estudando situações de valor presente, mas, agora, em condições especiais, como financiamento em séries uniformes de pagamentos, com o seu início postergado, exemplificando: compre um produto hoje e financie em 24 vezes mensais e iguais, começando a pagar daqui a três meses.

Esses estudos se tornam muito interessantes porque se tratam de situações que já vivemos, ou, pelo menos, já tomamos conhecimento de propagandas assim. Aqui, aprenderemos a calcular os valores de parcelas, à vista, números de parcelas desse tipo de financiamento com ou sem entrada.

Você tem conhecimento do problema de situação real definido no início desta unidade, que gerou uma situação-problema, a qual você deverá resolver se apoiando nas teorias a serem apresentadas nesta seção.

Mas vamos tomar conhecimento da sua situação-problema:

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00 e o vendedor da loja de veículos lhe apresenta mais uma forma de financiamento, que é:

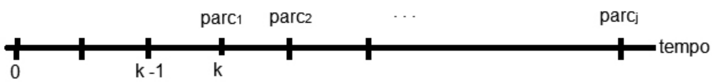
- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a. com entrada de 20% do valor à vista, pagando a primeira após 3 meses.

Vamos aos estudos para que você tenha condições de resolver a situação-problema a qual está exposto e, ao final desta unidade, possa apresentar qual o financiamento que será aprovado em função de seu salário.

Não pode faltar

Como exemplificado no início desta seção, estudaremos financiamentos em que o início dos pagamentos das parcelas ocorre após determinado tempo (k). Antes de definirmos as equações que regem essa situação, vamos entender o conceito de aplicação: Compre hoje e financie para começar a pagar daqui a (k) período, veja o diagrama representativo da situação:

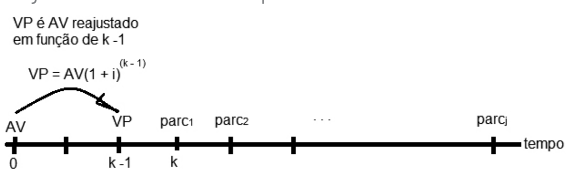
Figura 3.1 | Diagrama representativo da situação de financiamento começando a pagar após (k) período



Fonte: o autor.

Quando você compra um produto e o financia para começar a pagar após (k) período, no cálculo de financiamento é como se você tivesse comprado em um período antes do vencimento da primeira parcela, então, considera-se que você comprou na data $(k-1)$. Mas essa situação é considerada no cálculo do financiamento, cobrando juros compostos do ato da compra até a data $(k-1)$, ou seja, reajustando o valor à vista do produto. Veja a Figura 3.2:

Figura 3.2 | Reajuste do valor à vista para o financiamento



Fonte: o autor.

Pode parecer complicado, mas é muito simples: você dependerá de duas equações já conhecidas, que, combinadas, resolvem o problema. São elas:

$$M = C\left(1+i\right)^{n} \text{ e } VP = parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$$

Usando o conceito dessas duas equações, chegamos a:

$$AV\left(1+i\right)^{k-1}=parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = valor à vista do produto.

k = carência, período em que ocorrerá o início do pagamento do financiamento.

i = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

Caso o financiamento seja com entrada:

$$\left(AV-E\right)\left(1+i\right)^{k-1}=parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = valor à vista do produto.

E = valor da entrada.

k = carência, período em que ocorrerá o início do pagamento do financiamento.

i = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

Assimile

- Sem entrada:

$$AV(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

- Com entrada:

$$(AV-E)(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = valor à vista do produto.

E = valor da entrada.

k = carência, período em que ocorrerá o início do pagamento do financiamento.

i = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

Reflita

O quanto é válido fazer esse tipo de financiamento?

Pesquise mais

Aprofunde seu conhecimento! Acesse:

Disponível em: <http://credito.omelhortrato.com/post/Calcular-Emprestimo-com-Carencia.aspx>. Acesso em: 27 jan. 2016.

Exemplificando

1. Um veículo cujo valor à vista é de R$ 30.000,00 foi anunciado para venda em 42 parcelas mensais e iguais, sob regime e taxa de juros composto de 2% a.m., e também oferece o pagamento da primeira parcela após 3 meses do ato da compra. Determine o valor das parcelas do financiamento nessas condições.

Resolução:

$$AV(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = R$ 30.000,00.

k = 3 meses.

i = 2% a.m. = 0,02 a.m.

n = 42 parcelas.

parc = O que desejamos saber.

$$30000(1+0,02)^{3-1} = parc\left[\frac{1-(1+0,02)^{-42}}{0,02}\right]$$

$$30000 \cdot 1,0404 = parc\left[\frac{1-0,4353}{0,02}\right]$$

$$31212 = parc \cdot 28,2350 \Rightarrow \frac{31212}{28,2350} = parc$$

$$parc = R\$1105,44$$

Resposta: O valor das parcelas desse financiamento é de R$ 1.105,44.

Obs.: A resposta exata você pode obter fazendo uso de calculadoras científicas e financeiras programáveis, que é o que ocorre em instituições financeiras, bancos e lojas.

2. Um veículo cujo valor à vista é de R$ 30.000,00 foi financiado em 48 parcelas mensais e iguais de R$ 800,00, sob regime e taxa de juros compostos de 2% a.m., iniciando os pagamentos após 4 meses do ato da compra. Determine a entrada que foi paga nesse financiamento:

Resolução:

$$(AV - E)(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = R$ 30.000,00.

E = o que desejamos saber.

k = 4 meses.

i = 2% a.m. = 0,02 a.m.

n = 48 parcelas.

parc = R$ 800,00.

$$(30000 - E)(1+0,02)^{4-1} = 800\left[\frac{1-(1+0,02)^{-48}}{0,02}\right]$$

$$(30000 - E)1,0612 = 800\left[\frac{1-0,3865}{0,02}\right]$$

$$30000 - E = \frac{800 \cdot 30,6750}{1,0612}$$

$$E = 30000 - 23124,76 \Rightarrow E = R\$6875,24$$

Resposta: A entrada paga nesse financiamento foi de R$ 6.875,24.

Obs.: A resposta exata você pode obter fazendo uso de calculadoras científicas e financeiras programáveis, que é o que ocorre em instituições financeiras, bancos e lojas.

Faça você mesmo

Um produto cujo valor à vista é de R$ 50.000,00 foi financiado em 36 parcelas mensais e iguais de R$ 2.000,00, sob o regime e taxa de juros compostos de 1,5% a.m.. É sabido que esse financiamento apresentou uma carência para o início dos pagamentos das parcelas. Determine a carência desse financiamento:

Resposta: A carência para o início dos pagamentos desse financiamento foi de aproximadamente 7,79 meses.

Sem medo de errar

Vamos à situação-problema em que você está inserido para desenvolver os cálculos necessários à resposta.

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00 e o vendedor da loja de veículos lhe apresenta mais uma forma de financiamento, que é:

- 48 vezes mensais e iguais sob a taxa nominal de 18% a.a. com entrada de 20% do valor à vista, pagando a primeira após 3 meses.

Resolução:

Vamos reapresentar a taxa efetiva mensal necessária para o desenvolvimento, porque estamos trabalhando em regime de juros compostos, e a taxa apresentada é nominal, que se trata de juros simples; e também vamos convertê-la para o mês, porque a fornecida está ao ano. Mas isso é fácil, pois já calculamos na Seção 3.1.

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}18}{360} + 1\right)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = (0{,}0005 + 1)^{30} - 1$$

$$i_{ef} = 1{,}0151 - 1$$

$$i_{ef} = 0{,}0151 a.m. = 1{,}51\% a\,m.$$

O próximo passo é definir o valor da entrada (E), que é 20% do valor à vista do veículo, R$ 38.000,00:

$$E = 0,20 \cdot 38000$$

$$E = R\$7600,00$$

Com essas informações, podemos calcular o valor das parcelas desse financiamento:

$$(AV - E)(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:
AV = R$ 38.000,00.

E = R$ 7.600,00.

k = 3 meses.

i = 1,51% a.m. = 0,0151 a.m.

n = 48 parcelas.

parc = o que desejamos conhecer.

$$(38000 - 7600)(1+0,0151)^{3-1} = parc\left[\frac{1-(1+0,0151)^{-48}}{0,0151}\right]$$

$$30400 \cdot 1,0304 = parc\left[\frac{1-0,4871}{0,0151}\right]$$

$$31324,16 = parc \cdot 33,9669$$

$$\frac{31324,16}{33,9669} = parc \Rightarrow parc = R\$922,20$$

Concluímos que esse financiamento terá entrada de R$ 7.600,00 e 48 parcelas mensais e iguais de R$ 922,20.

Obs.: A resposta exata você pode obter fazendo uso de calculadoras científicas e financeiras programáveis, que é o que ocorre em instituições financeiras, bancos e lojas.

Atenção

Com a intenção de você realmente dominar o assunto, atente para:

- Sem entrada:

$$AV(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

- Com entrada:

$$(AV-E)(1+i)^{k-1} = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Lembre-se

O assunto aqui apresentado está embasado em juros compostos, apresentado na Unidade 1, e valor presente, apresentado no início desta Unidade 3.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu, transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Valor presente – condições especiais	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.
3. Conteúdos relacionados	Matemática básica, conceitos básicos de juros e parcelamento, e também técnicas de financiamento.
4. Descrição da SP	Uma máquina cujo valor à vista é de R$ 13.000,00 teve sua venda financiada em 24 parcelas mensais e iguais a R$ 900,00, sob regime e taxa de juros compostos de 23% a.a. Determine o período de carência para o início dos pagamentos das parcelas desse financiamento.
5. Resolução da SP	Para resolver o problema, necessitamos, inicialmente, aplicar os conceitos de taxa equivalente em juros compostos, porque ela está ao ano, e necessitamos dela ao mês. $$i_{eq} = (1+i)^{\frac{p}{a}} - 1$$ $$i_{eq} = (1+0{,}23)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i_{eq} = 1{,}23^{0{,}0833} - 1 = 1{,}0174 - 1$$

$$i_{eq} = 0{,}0174\, a.m. = 1{,}74\%\, a\, m.$$

Com essa informação ajustada à necessidade e às demais informações contidas no texto do problema, podemos calcular o período de carência solicitado:

$$AV\left(1+i\right)^{k-1} = parc\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-n}}{i}\right]$$

Em que:

AV = R$ 13.000,00.
k = o que desejamos conhecer.
i = 1,74% a.m. = 0,0174 a.m.
n = 24 parcelas;
parc = R$ 900,00.

$$13000\left(1+0{,}0174\right)^{k-1} = 900\left[\frac{1-\left(1+0{,}0174\right)^{-24}}{0{,}0174}\right]$$

$$13000 \cdot 1{,}0174^{k-1} = 900\left[\frac{1-0{,}661}{0{,}0174}\right]$$

$$1{,}0174^{k-1} = \frac{900 \cdot 19{,}4828}{13000}$$

$$\ln 1{,}0174^{k-1} = \ln 1{,}3488$$

$$\left(k-1\right)\ln 1{,}0174 = \ln 1{,}3488$$

$$k - 1 = \frac{\ln 1{,}3488}{\ln 1{,}0174}$$

$$k = \frac{0{,}2992}{0{,}0174} + 1 \Rightarrow k = 18{,}29 meses$$

Resposta: O período de carência desse financiamento foi de aproximadamente 18,29 meses.

Lembre-se

Mais uma vez, o assunto aqui apresentado está embasado em juros compostos, apresentado na Unidade 1, e valor presente, apresentado no início desta Unidade 3.

Faça você mesmo

Um equipamento de valor à vista de R$ 20.000 foi parcelado em 36 vezes mensais e iguais de R$ 800,00, sem entrada, sob regime e taxa de juros compostos de 1,2% a.m., tendo o início dos pagamentos desse financiamento após 4 meses, e é sabido que a taxa de juros compostos cobrada no período de carência é diferente da taxa de juros do financiamento. Então, pede-se a taxa de juros compostos.

Resposta: A taxa de juros compostos aplicada no período de carência foi de 5,18% a.m.

Faça valer a pena

1. Um bem cujo valor à vista é de R$ 2.000,00 foi financiado em 6 parcelas mensais e iguais, sob regime e taxa de juros compostos de 3% a.m., iniciando os pagamentos após 5 meses do ato da compra. Determine o valor das parcelas desse financiamento:

a) R$ 455,17.

b) R$ 471,55.

c) R$ 415,57.

d) R$ 715,45.

e) R$ 475,51.

2. Um produto cujo valor à vista é de R$ 2.000,00 foi financiado em 5 parcelas mensais e iguais, sob regime e taxa de juros composto de 2,5% a.m., com entrada de R$ 400,00 e iniciando os pagamentos após 2 meses do ato da compra. Determine o valor das parcelas desse financiamento:

a) R$ 533,14.

b) R$ 353,14.

c) R$ 514,33.

d) R$ 541,33.

e) R$ 153,43.

3. A venda de uma ferramenta foi parcelada em 10 vezes mensais e iguais de R$ 280,00, sob regime e taxa de juros compostos de 3% a.m., com carência de 3 meses. Determine o valor à vista dessa ferramenta:

a) R$ 2.125,13.

b) R$ 2.251,30.

c) R$ 2.201,53.

d) R$ 2.305,21.

e) R$ 2.102,53.

Seção 3.4

Determinação da taxa de juros do valor presente

Diálogo aberto

Caro aluno,

Temos explorado exaustivamente o tema valor presente nesta unidade e, para completarmos o atendimento, as competências gerais e técnicas são: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo, e conhecer técnicas de cálculo de taxas nominais, efetivas e equivalentes. Nesta seção, estudaremos a determinação da taxa de juros do valor presente, ou seja, iremos aprender a calcular a taxa de juros aplicada num financiamento. Esse assunto é muito interessante, porque muitas vezes conhecemos o valor à vista do bem financiado, o valor e o número de parcelas desse financiamento e, mesmo assim, não conseguimos determinar o valor da taxa imposta, mas o segredo será desvendado - e não é complicado.

No tópico *Não pode faltar*, você terá uma teorização bastante sólida e eficiente que lhe dará condições de determinar a taxa de juros compostos de uma série de financiamentos, com isso, você também se tornará apto a resolver a situação-problema em que está inserido nesta seção, apresentada a seguir:

Você sabe que um amigo comprou um carro de R$ 30.000,00 em 48 vezes mensais e iguais de R$ 789,89 numa outra revendedora. Você determinará a taxa de juros compostos que foi aplicada no financiamento de seu amigo, e calculará o valor da parcela para o seu veículo, cujo valor à vista é de R$ 38.000,00.

Após a resolução desta SP, você terá realizado todas as etapas e, então, decidirá qual financiamento é mais adequado para a sua situação financeira.

Sendo assim, vamos nos preparar, dedicando-nos a interpretar e aprender as teorias que envolvem essa SP.

Não pode faltar

A determinação da taxa de juros compostos de um financiamento em séries uniformes tem como base os Métodos Numéricos, também conhecidos por Métodos Iterativos, porque para obter a resposta esperada, deveremos repetir os cálculos algumas vezes, mas faremos uso de um dos métodos que apresentam o menor número de repetições, que é o Método de Newton-Raphson.

O Método de Newton-Raphson é muito aplicado em várias áreas: Finanças, Administração, Tecnológicas, Científicas, entre outras. O conjunto de funções que deveremos usar é:

Para financiamento sem entrada:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{VP}{parc} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$
- Função marginal da taxa de juros compostos – $f'(i_j) = \frac{VP}{parc} - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$
- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Em que:

VP = valor à vista do produto.

i_j = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

i_j+1 = próxima taxa de juros compostos.

Vamos aprender o mecanismo do método:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

- Se $|f(i_j)| \leq 0{,}0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta no financiamento.

- Se $|f(i_j)| > 0{,}0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}), determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que $|F(i_j)| \leq 0{,}0001$.

Para financiamento com entrada:

- Funçãodataxadejuroscompostos– $f(i_j) = \dfrac{(AV - E)}{parc} i_j + (1 + i_j)^{-n} - 1$

- Função marginal da taxa de juros compostos – $f'(i_j) = \dfrac{(AV - E)}{parc} - n(1 + i_j)^{-n-1}$

- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \dfrac{f(i_j)}{f'(i_j)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Onde:

AV = valor à vista do produto.

E = entrada.

i_j = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

i_j+1 = próxima taxa de juros compostos.

Vamos aprender o mecanismo do método:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $30000 - E = \frac{800 \cdot 30,6750}{1,0612}$.

- Se $|f(i_j)| \leq 0,0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta no financiamento.

- Se $|f(i_j)| > 0,0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que $|F(i_j)| \leq 0,0001$.

Para financiamento sem entrada e com carência, sendo a taxa de carência igual à taxa de financiamento:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{AV}{parc} \cdot i_j \cdot (1 + i_j)^{k-1} + (1 + i_j)^{-n} - 1$

- Função marginal da taxa de juros compostos –

$$f'(i_j) = \frac{AV}{parc}\left[(k-1)(1+i_j)^{k-2}\, i + (1+i_j)^{k-1}\right] - n(1+i_j)^{-n-1}$$

- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Em que:

AV = valor à vista do produto.

i_j = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

i_j+1 = próxima taxa de juros compostos.

k = período de carência.

Vamos aprender o mecanismo do método:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

- Se $|f(i_j)| \leq 0{,}0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta no financiamento.

- Se $|f(i_j)| > 0{,}0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que $|F(i_j)| \leq 0,0001$.

Para financiamento com entrada e com carência, sendo a taxa de carência igual à taxa de financiamento:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{(AV - E)}{parc} \cdot i_j \cdot (1 + i_j)^{k-1} + (1 + i_j)^{-n} - 1$
- Função marginal da taxa de juros compostos –

$$f'(i_j) = \frac{(AV - E)}{parc}\left[(k-1)(1+i_j)^{k-2}\, i + (1+i_j)^{k-1}\right] - n(1+i_j)^{-n-1}$$

- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Em que:

AV = valor à vista do produto.

E = entrada.

i_j = taxa de juros compostos.

n = número total de parcelas do financiamento.

parc = valor da parcela do financiamento.

i_j+1 = próxima taxa de juros compostos.

k = período de carência.

Vamos aprender o mecanismo do método:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

- Se $|f(i_j)| \leq 0{,}0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta no financiamento;

- Se $|f(i_j)| > 0{,}0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j, calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}), determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que o módulo de f(ij) < 0,0001.

Assimile

O mecanismo de cálculo do método:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

- Se $|f(i_j)| \leq 0{,}0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta no financiamento.

- Se $|f(i_j)| > 0{,}0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}), determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que $|F(i_j)| \leq 0{,}0001$.

Reflita

Quantas vezes você ou um amigo teve o interesse em saber a taxa de juros de um financiamento?

Pesquise mais

Acesse o link para conhecer outras formas de resolver os mesmos problemas:

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=RM_w9378Y_g>. Acesso em: 29 jan. 2016.

Exemplificando

Uma moto cujo valor à vista é de R$ 20.000,00 foi financiada em 36 vezes mensais e iguais de R$ 788,44 em regime e taxa de juros compostos. Determine a taxa de juros compostos imposta nesse financiamento. Inicie com uma taxa de 1,8% a.m.

Resolução:

VP = R$ 20.000.

i_j = taxa de juros composto que desejamos encontrar.

n = 36.

parc = R$ 788,44.

Vamos determinar as funções:

$$f(i_j) = \frac{VP}{parc} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$$

$$f(i_j) = \frac{20000}{788,44} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-36} - 1$$

$$f(i_j) = 25,3665 i_j + \left(1 + i_j\right)^{-36} - 1$$

$$f'(i_j) = \frac{VP}{parc} - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

$$f'(i_j) = 25,3665 - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

Vamos dar início aos cálculos:

1ª Iteração:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo $(i_j) = 0,018$.

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

$$f(i_j) = 25,3665 i_j + \left(1 + i_j\right)^{-36} - 1 \Rightarrow f(0,018) = 25,3665 \cdot 0,018 + \left(1 + 0,018\right)^{-36} - 1$$

$$f(0,018) = 0,4566 + 0,5261 - 1$$

$$f(0,018) = -0,0173$$

$$\left|f(0,018)\right| = 0,0173 > 0,0001$$

- Como $\left|f(0,018)\right| > 0,0001$ então $i_j = 0,018$ não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

$$f'(i_j) = 25,3665 - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

$$f'(0,018) = 25,3665 - 36\left(1 + 0,018\right)^{-36-1}$$

$$f'(0,018) = 25,3665 - 18,6048$$

$$f'(0,018) = 6,7617$$

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$$

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f(0,018)}{f'(0,018)}$$

$$i_{j+1} = 0,018 - \frac{(-0,0173)}{6,7617}$$

$$i_{j+1} = 0,018 + 0,0026$$

$$i_{j+1} = 0,0206$$

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

2ª Iteração:

Voltando ao 2º passo com $(i_j) = 0,0206$.

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

$$f(i_j) = 25,3665 i_j + (1 + i_j)^{-36} - 1$$

$$f(0,0206) = 25,3665 \cdot 0,0206 + (1 + 0,0206)^{-36} - 1$$

$$f(0,0206) = 0,5225 + 0,4800 - 1$$

$$f(0,0206) = 0,0025$$

$$|f(0,0206)| = 0,0025 > 0,0001$$

- Como $|f(0,0206)| > 0,0001$, então $i_j = 0,0206$ não é a taxa de juros compostos imposta no financiamento, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

$$f'(i_j) = 25,3665 - n(1 + i_j)^{-n-1}$$

$$f'(0,0206) = 25,3665 - 36(1 + 0,0206)^{-36-1}$$

$$f'(0,0206) = 25,3665 - 16,9308$$

$$f'(0,0206) = 8,4357$$

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$, e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$ calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$$

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(0,0206\right)}{f'\left(0,0206\right)}$$

$$i_{j+1} = 0,0206 - \frac{0,0025}{8,4357}$$

$$i_{j+1} = 0,0206 - 0,0003$$

$$i_{j+1} = 0,0203$$

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}), determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

3ª Iteração:

Voltando ao 2º passo com $(i_j) = 0,0203$.

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos

$$f(i_j)$$

$$f(i_j) = 25,3665 i_j + \left(1 + i_j\right)^{-36} - 1$$

$$f(0,0203) = 25,3665 \cdot 0,0203 + \left(1 + 0,0203\right)^{-36} - 1$$

$$f(0,0203) = 0,5149 + 0,4851 - 1$$

$$f(0,0203) = 0$$

$$\left|f(0,0203)\right| = 0,0000 < 0,0001$$

Como $\left|f(0,0203)\right| = 0,0000 < 0,0001$, então $i_j = 0,0203 a.m. = 2,03\% a.m.$ é a taxa de juros compostos imposta no financiamento.

Resposta: A taxa de juros compostos imposta ao financiamento é de 2,03% a.m.

Vamos resolver o mesmo exercício usando uma organização mais prática, isso não significa que os passos e cálculos apresentados anteriormente não terão de ser realizados:

VP = R$ 20.000.

i_j = taxa de juros composto que desejamos encontrar.

n = 36.

parc = R$ 788,44.

Vamos determinar as funções:

$$f(i_j) = \frac{VP}{parc} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$$

$$f(i_j) = \frac{20000}{788,44} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-36} - 1$$

$$f(i_j) = 25,3665 i_j + \left(1 + i_j\right)^{-36} - 1$$

$$f'(i_j) = \frac{VP}{parc} - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

$$f'(i_j) = 25,3665 - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

Vamos dar início aos cálculos.

A tabela é uma forma de você ter uma visão mais rápida dos seus resultados

Tabela 3.3

	1º passo	2º passo	3º passo	4º passo	5º passo
Iterações	i_j	$f(i_j)$	$f'(i_j)$	i_{j+1}	
1ª	0,018	- 0,0173 O módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	6,7617	0,0206	Usar o valor do 4º passo (0,0206) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
2ª	0,0206	0,0025 Novamente o módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	8,4357	0,0203	Usar o valor do 4º passo (0,0203) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
3ª	0,0203	0,0000 O módulo desse valor é menor que 0,0001, portanto o valor do 1º passo (0,0203) é a taxa de juros compostos do financiamento. (FIM)			

Resposta: A taxa de juros compostos imposta ao financiamento é de 2,03% a.m.

Faça você mesmo

Uma moto cujo valor à vista de venda é de R$ 25.000,00 foi financiada em 48 parcelas mensais e iguais de R$ 969,03, sob taxa e regime de juros compostos, com entrada de R$ 3.500,00. Determine a taxa de juros compostos desse financiamento.

Resposta: A taxa de juros compostos desse financiamento é de 3,73% a.m.

Vocabulário

Iterações = repetições.

Método Iterativo = Método das repetições.

Sem medo de errar

Vamos à situação-problema em que você está inserido para desenvolver os cálculos necessários à resposta.

Você deseja financiar um veículo cujo valor à vista é R$ 38.000,00 e sabe que um amigo comprou um carro de R$ 30.000,00 em 48 vezes mensais e iguais de R$ 789,89 numa outra revendedora. Você determinará a taxa de juros compostos que foi aplicada ao financiamento de seu amigo e calculará o valor das parcelas para o financiamento de seu veículo em 48 parcelas mensais e iguais.

Resolução:

Para determinar a taxa de juros compostos de financiamento de seu amigo, teremos que aplicar o Método de Newton-Raphson.

VP = R$ 30.000.

i_j = taxa de juros compostos que desejamos encontrar, mas vamos iniciar com ij = 2% a.m. = 0,02 a.m.

n = 48.

parc = R$ 789,89.

Vamos determinar as funções:

$$f(i_j) = \frac{VP}{parc} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$$

$$f(i_j) = \frac{30000}{789{,}89} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-48} - 1$$

$f(i_j) = 37{,}98 i_j + \left(1 + i_j\right)^{-48} - 1$ (Função utilizada para obter os valores do 2º passo.)

$$f'(i_j) = \frac{VP}{parc} - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

$f'(i_j) = 37{,}98 - 48\left(1 + i_j\right)^{-49}$ (Função utilizada para obter os valores do 3º passo.)

$i_{j+1} = i_j - \dfrac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$ (Fórmula utilizada para obter os valores do 4º passo.)

Faremos uso da forma prática, apoiados nos passos apresentados e exemplificados na teoria e, também, trabalhando com números com 4 casas decimais:

	1º passo	2º passo	3º passo	4º passo	5º passo
Iterações	i_j	$f(i_j)$	$f'(i_j)$	i_{j+1}	
1ª	0,02	0,01461 O módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	19,7880	0,0126	Usar o valor do 4º passo (0,0126) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
2ª	0,0126	0,0268 Novamente o módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	11,9914	0,0104	Usar o valor do 4º passo (0,0104) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
3ª	0,0104	0,0039 Novamente o módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	9,0687	0,0100	Usar o valor do 4º passo (0,0100) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
4ª	0,0100	0,0001 O módulo desse valor é igual a 0,0001, portanto o valor do 1º passo (0,0100) é a taxa de juros compostos do financiamen-to. (FIM)			

Portanto, a taxa de juros compostos aplicada no financiamento de seu amigo é de 1% a.m.

Determinada a taxa de juros compostos do financiamento de seu amigo, podemos, considerando que seu financiamento utilize a mesma taxa de juros, determinar o valor das parcelas do financiamento de seu veículo, que tem valor à vista de R$ 38.000,00:

$$VP = parc\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

VP = R$ 38.000.

i = 1% a.m. = 0,01 a.m.

n = 48.

parc = o que desejamos conhecer.

$$VP = 38000\left[\frac{1-(1+0,01)^{-48}}{0,01}\right]$$

$$VP = 38000\left[\frac{1-0,6203}{0,01}\right]$$

$$38000 = parc \cdot 37,98 \Rightarrow parc = \frac{38000}{37,98}$$

$$parc = R\$1000,53$$

A resposta da situação-problema desta seção é: comprando um veículo de R$ 38.000,00 na mesma condição de taxa de financiamento de seu amigo, o seu financiamento será de 48 parcelas mensais e iguais de R$ 1.000,53.

Apresentaremos, agora, a conclusão da situação de realidade profissional que foi proposta no início desta unidade. Você queria saber qual proposta de financiamento que poderia ser enquadrada, pois as parcelas do financiamento não poderiam ter valor superior a R$ 900,00, já que a aprovação do financiamento é limitada a um terço do salário, que é de R$ 2.700,00.

- A primeira proposta foi: 48 parcelas mensais e iguais de R$ 1.118,74.

- A segunda proposta: entrada de R$ 7.600,00 e 48 parcelas mensais e iguais de R$ 894,99.

- A terceira proposta: entrada de R$ 7.600,00 e 48 parcelas mensais e iguais de R$ 922,20, com início dos pagamentos após 3 meses do ato da compra.

- A quarta proposta: 48 parcelas mensais e iguais de R$ 1.000,79, em outra revendedora, sob uma taxa de juros compostos de 1% a.m.

O financiamento que será aprovado, atendendo à sua condição salarial, é a segunda proposta, em que pagará uma entrada de R$ 7.600,00 e 48 parcelas mensais e iguais de R$ 894,99.

Atenção

Assimile bem as fórmulas e quando serão aplicadas:

Para financiamento sem entrada:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{VP}{parc} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$
- Função marginal da taxa de juros compostos – $f'(i_j) = \frac{VP}{parc} - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$
- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Para financiamento com entrada:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{\left(AV - E\right)}{parc} i_j + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$
- Função marginal da taxa de juros compostos – $f'(i_j) = \frac{\left(AV - E\right)}{parc} - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$
- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Para financiamento sem entrada e com carência, sendo a taxa de carência igual à taxa de financiamento:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{AV}{parc} \cdot i_j \cdot \left(1 + i_j\right)^{k-1} + \left(1 + i_j\right)^{-n} - 1$
- Função marginal da taxa de juros compostos –

$$f'(i_j) = \frac{AV}{parc}\left[\left(k - 1\right)\left(1 + i_j\right)^{k-2} i + \left(1 + i_j\right)^{k-1}\right] - n\left(1 + i_j\right)^{-n-1}$$

- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

> **Lembre-se**
>
> Mesmo aplicando a forma prática de calcular, você deverá conhecer toda a teoria para ter condições de desenvolvê-la.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu, transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Determinação da taxa de juros do valor presente	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Determinar taxas de juros compostos aplicadas em financiamentos.
3. Conteúdos relacionados	• Conceitos de juros compostos. • Valor presente – financiamento. • Teoria de Zeros de Função.
4. Descrição da SP	Um equipamento cujo valor à vista é de R$ 64.000,00 foi financiado em 72 parcelas mensais de R$ 1.000,00, sob regime e taxa de juros compostos, com entrada de R$ 6.000,00, e os pagamentos iniciaram após 4 meses do ato da compra. Sabendo que a taxa de carência e do financiamento são iguais, determine-as. (Inicie os cálculos com taxa de juros compostos de 4% a.m.)
5. Resolução da SP	$f(i_j) = \frac{(AV - E)}{parc} \cdot i_j \cdot (1 + i_j)^{k-1} + (1 + i_j)^{-n} - 1$ $f'(i_j) = \frac{(AV - E)}{parc} \left[(k-1)(1 + i_j)^{k-2}\, i + (1 + i_j)^{k-1} \right] - n(1 + i_j)^{-n-1}$ $i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.) Em que: AV = R$ 64.000,00. E = R$ 6.000,00. ij = o que desejamos saber. n = 72. parc = R$ 1.000,00. i_j+1 = próxima taxa de juros composto; k = 4.

$$f(i_j) = \frac{(64000 - 6000)}{1000} \cdot i_j \cdot (1+i_j)^{4-1} + (1+i_j)^{-72} - 1$$

$$f(i_j) = 58 \cdot i_j \cdot (1+i_j)^{3} + (1+i_j)^{-72} - 1$$

$$f'(i_j) = 58\left[(4-1)(1+i_j)^{4-2}\, i + (1+i_j)^{4-1}\right] - 72(1+i_j)^{-72-1}$$

$$f'(i_j) = 58\left[3(1+i_j)^{2}\, i_j + (1+i_j)^{3}\right] - 72(1+i_j)^{-73}$$

	1º passo	2º passo	3º passo	4º passo
Iterações	i_j	$f(i_j)$	$f'(i_j)$	i_{j+1}
1ª	0,04	1,6691	68,6595	0,0157
2ª	0,0157	0,2799	40,5015	0,0088
3ª	0,0088	0,0561	23,1224	0,0064
4ª	0,0064	0,0101	15,0551	0,0057
5ª	0,0057	0,0004	12,4522	0,00566
6ª	0,00566	0,0000		

Resposta: As taxas de juros compostos da carência e do financiamento são de 0,566% a.m.

Lembre-se

A prática leva à perfeição, então resolva os exercícios várias vezes com muita atenção, principalmente os que já estão resolvidos, pois assim terá condições de verificar onde e por que está cometendo erros.

Faça você mesmo

Uma moto cujo valor à vista de venda é de R$ 26.000,00 foi financiada em 36 parcelas mensais e iguais de R$ 1.000,00, sob taxa e regime de juros compostos, sem entrada. Determine a taxa de juros compostos desse financiamento. (Inicie com taxa de juros compostos de 5%.)

Resposta: A taxa de juros compostos desse financiamento é de 1,877% a.m.

Faça valer a pena

(Execute todos os cálculos com 4 casas decimais.)

1. Um produto que tem valor à vista de R$ 2.000,00 foi financiando em 12 vezes mensais e iguais a R$ 260,00, sob regime e taxa de juros compostos. Determine a taxa de juros compostos aplicada nesse financiamento:

(Inicie os cálculos com taxa de juros compostos de 5% a.m.)

a) 6,71% a.m.

b) 1,67% a.m.

c) 7,61% a.m.

d) 1,76% a.m.

e) 6,17% a.m.

2. Um serviço de funilaria cujo valor à vista é de R$ 5.000,00 foi parcelado em 6 vezes mensais e iguais a R$ 1.200,00 sob regime e taxa de juros compostos. Calcule a taxa de juros compostos que foi aplicada nesse parcelamento:

(Inicie os cálculos com a taxa de juros compostos de 10% a.m.)

a) 11,53% a.m.

b) 15,13% a.m.

c) 15,31% a.m.

d) 51,31% a.m.

e) 51,13% a.m.

3. Uma compra com valor de R$ 3.000,00 foi financiada em 8 parcelas mensais e iguais a R$ 550,00, sob taxa e regime de juros composto, com entrada de R$ 500,00. Determine a taxa de juros compostos aplicada nesse financiamento:

(Inicie os cálculos com taxa de juros compostos de 10% a.m.)

a) 16,14% a.m.

b) 11,16% a.m.

c) 41,61% a.m.

d) 14,61% a.m.

e) 11,61% a.m.

Referências

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2012.

CARVALHO, L. C. S.; ELIA, B. S.; DECOTELLI, C. A. **Matemática financeira aplicada**. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2009.

FILHO, O. K. **Fundamentos da matemática financeira**. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2010.

Investimento

Convite ao estudo

Caro aluno,

Seja bem-vindo à última unidade do nosso curso de Matemática Financeira, Unidade 4, na qual você será apresentado a situações bancárias que nos são de grande interesse, aprenderá a programar seu dinheiro para realizações futuras; como são calculados os juros do cheque especial; a determinar a taxa de juros de investimento, que é muito parecida com o que aprendeu na determinação da taxa de juros de um financiamento, pois a técnica é a mesma.

Para que você obtenha todo o conhecimento acima citado, esta Unidade 4, denominada Investimentos, está dividida nas seguintes seções:

Seção 4.1 Valor Futuro - Aplicações.

Seção 4.2 Determinação da Taxa de Juros do Valor Futuro.

Seção 4.3 Amortização.

Seção 4.4 Conta Garantida - Cheque Especial.

Como nas unidades anteriores, para melhor compreensão e desenvolvimento de suas habilidades, você será inserido numa situação de realidade profissional para a qual deverá encontrar as soluções com o conhecimento apresentado em cada seção. Veja o problema em que foi inserido: você, como sócio proprietário da empresa Metalúrgica, deverá gerenciar as finanças da reforma do novo pátio de distribuição da empresa.

Seus recursos são duas aplicações de valor futuro e a conta bancária com garantia especial ilimitada.

A reforma está sendo executada sob contrato de financiamento em Sistema de Amortização Constante durante um ano, com pagamentos trimestrais sob a taxa nominal anual de 15% no valor de R$ 1.200.000,00, onde:

• A entrada foi resultado de uma aplicação mensal de R$ 20.000,00 durante três anos sob regime de juros compostos e taxa de 1,20% a.m.

• A última parcela a ser paga conta com o resultado de uma aplicação mensal de R$ 10.000,00 durante seis meses. Essa aplicação resultou, num período de quatro meses, o valor de R$ 48.763,64, depositando R$ 12.000,00 por mês.

• Você precisará fazer uso do cheque especial da empresa para completar o valor dessa última parcela a ser paga, e o juros de cheque especial é de 144% a.a. e IOF de 0,07% a.d.

• Realizada a operação, você deverá apresentar ao seu sócio o saldo bancário da empresa no último dia do mês.

Seção 4.1

Valor futuro - aplicações

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta Seção 4.1 você irá aprender a realizar cálculos relativos a aplicações, ou seja, para um investimento periódico durante um certo tempo terá condições de calcular o valor total a ser resgatado no final do investimento, essa é a situação mais básica do aprendizado proposto. Esta seção atende às competências gerais: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo; e também às competências técnicas: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.

O assunto aqui apresentado irá despertar em você o espírito empreendedor, pois aprenderá a projetar o seu dinheiro no futuro, e para isso, com base na situação de realidade profissional introduzida no início desta unidade, você deverá resolver a seguinte situação-problema:

Calcule a entrada paga para a execução da reforma do novo pátio de distribuição da Metalúrgica, que foi resultado de uma aplicação mensal de R$ 20.000,00 durante três anos sob regime de juros compostos e taxa de 1,20% a.m.

Não pode faltar

Vamos iniciar nossos estudos sobre Valor Futuro, que está embasado no resultado de uma aplicação com depósitos iguais e periódicos, uma prática muito comum aos bancos: você já deve ter sido interpelado pelo seu gerente ou por um atendente de caixa que lhe ofereceu uma aplicação que descontaria uma certa quantia todo mês de sua conta e, após 1 ano, você poderia regatá-la, com ganho sob juros.

A fórmula que explica o acima comentado é:

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Em que:

VF = valor futuro; resultado da aplicação ou investimento.

dep = valor do depósito.

n = número total de depósitos periódicos e iguais.

i = taxa de juros compostos.

Assimile

A fórmula do Valor Futuro apresentada nesta seção é válida somente para situações de depósitos periódicos e iguais.

Reflita

Esse aprendizado contribui somente para nossa vida profissional ou também para a pessoal?

Pesquise mais

Nos links a seguir você terá acesso a mais um material que servirá de apoio para o seu aprendizado:

Disponível em: <http://goo.gl/FP1b5D>. (Acesso em: 4 mar. 2016)

Disponível em: <http://pet.ecv.ufsc.br/arquivos/apoio-didatico/Eng%C2%AA%20Economica~AULAS~2013.pdf>. (Acesso em: 4 mar. 2016)

Exemplificando

1. Uma pessoa investe numa aplicação que paga a juros compostos de 1,2% a.m., na qual deverá depositar mensalmente R$ 250,00 durante um ano. Determine o saldo da aplicação ao seu término.

Resolução:

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Em que:

VF = valor futuro; saldo da aplicação ao seu término que desejamos conhecer.

dep = R$ 250,00 por mês.

n = 12 depósitos periódicos e iguais, pois trata-se de depósitos mensais durante um ano.

i = 1,2% a.m.

$$VF = 250\left[\frac{(1+0,012)^{12}-1}{0,012}\right]$$

$$VF = 250\left[\frac{1,1539-1}{0,012}\right]$$

$$VF = 250 \cdot 12,825 \Rightarrow VF = \text{R\$ } 3.206,25$$

Resposta: O saldo da aplicação ao seu término será de R$ 3.206,25.

2. Uma aplicação que paga uma taxa de juros compostos de 1,2% a.m. após dois anos apresentou um saldo de R$ 8.839,27. Determine o valor dos depósitos mensais e iguais que foram realizados nesse período.

Resolução:

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

Em que:

VF = R$ 8.839,27.

dep = o que desejamos saber.

n = 24 depósitos periódicos e iguais, pois trata-se de depósitos mensais durante dois anos.

i = 1,2% a.m.

$$8839,27 = dep\left[\frac{(1+0,012)^{24}-1}{0,012}\right]$$

$$8839,27 = dep\left[\frac{0,3315}{0,012}\right]$$

$$8839,27 = dep \cdot 27,6250$$

$$\frac{8839,27}{27,6250} = dep \Rightarrow dep = R\$319,97$$

Resposta: O valor dos depósitos mensais é de R$ 319,97.

Faça você mesmo

Uma pessoa deseja realizar uma viagem cujo custo é de R$ 6.400,00. Ela tem R$ 450,00 para aplicar mensalmente numa conta de investimento, que paga uma taxa de juros compostos de 1,07% a.m. Calcule quantos depósitos mensais deverão ser feitos para atingir o valor da viagem e apresente também o resultado real da aplicação.

Resposta: Para poder pagar os custos da viagem deverão ser feitos 14 depósitos mensais e iguais a R$ 450,00, que resultarão em R$ 6.758,42. (Todos os cálculos foram realizados com quatro casas decimais, no cálculo você obterá a resposta 13,3696, mas número de depósitos é valor discreto. Sendo dessa forma se fizer a opção de 13 depósitos não atingirá o valor esperado, então deverá fazer 14 depósitos.)

Sem medo de errar

Agora, com os conhecimentos adquiridos você está pronto para resolver a situação-problema desta seção:

Calcule a entrada paga para a execução da reforma do novo pátio de distribuição da Metalúrgica, que foi resultado de uma aplicação mensal de R$ 20.000,00 durante três anos sob regime de juros compostos e taxa de 1,20% a.m.

Resolução: $$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Em que:

VF = valor futuro; saldo da aplicação ao seu término, o que desejamos conhecer.

dep = R$ 20.000,00 por mês.

n = 36 depósitos periódicos e iguais, pois trata-se de depósitos mensais durante três anos.

i = 1,20% a.m.

$$E = VF = 20000\left[\frac{(1+0,012)^{36}-1}{0,012}\right]$$

$$E = VF = 20000\left[\frac{1,5364-1}{0,012}\right]$$

$$E = VF = 20000 \cdot 44,70 \Rightarrow VF = R\$894000,00$$

Resposta: O valor da entrada paga para a reforma do novo pátio de distribuição foi R$ 894.000,00.

Atenção

A fórmula do Valor Futuro para situação de depósitos iguais e periódicos é:

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

Em que:

VF = valor futuro; resultado da aplicação ou investimento.

dep = valor do depósito.

n = número total de depósitos periódicos e iguais.

i = taxa de juros compostos.

Lembre-se

O estudo realizado nesta seção só é válido para situações de:

- Juros compostos.
- Depósitos iguais e periódicos.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Associação de trabalhadores	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer os conceitos e cálculos para a determinação do Valor Futuro, voltado a aplicações.
3. Conteúdos relacionados	Matemática básica, conceitos de juros compostos e conceitos de aplicações.
4. Descrição da SP	Uma pessoa deseja financiar um veículo cujo preço à vista está cotado em R$ 50.000,00. Para realizar esse financiamento, deverá pagar uma entrada de 25% do valor do veículo. Por isso, fará oito depósitos mensais e iguais numa conta de investimento que paga taxa de juros compostos de 1,16% a.m. Determine o valor a ser depositado.
5. Resolução da SP	O resultado do investimento será o valor da entrada a ser paga, que é 25% do valor do veículo, portanto: $$VF = E = 0,25 \cdot 50000$$ $$VF = E = R\$12500,00$$ $$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$ Em que: *VF* = R$ 12.500,00. *dep* = valor do depósito que desejamos conhecer. *n* = 8 depósitos mensais e iguais. *i* = 1,16% a.m. = 0,0116 a.m. $$12500 = dep\left[\frac{(1+0,0116)^8 - 1}{0,0116}\right]$$
	$$12500 = dep\left[\frac{1,0967 - 1}{0,0116}\right]$$ $$12500 = dep \cdot 8,3362 \Rightarrow dep = \frac{12500}{8,3362}$$ $$dep = R\$1499,48$$

	Resposta: A pessoa deverá realizar oito depósitos mensais e iguais de R$ 1.499,48.

Lembre-se

Como o assunto tratado nesta seção envolve juros compostos, é interessante que você recorde o cálculo de Taxa Equivalente em juros compostos, apresentado na Seção 1.3.

A Taxa Equivalente (i_eq) em Juros Compostos é dada por:

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

Ou

$$i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^{p}} - 1$$

Onde:

a = período apresentado.

p = período pedido, ou desejado.

Faça você mesmo

Daqui a dois anos realizarei uma viagem, e nesse período farei depósitos mensais e iguais a R$ 720,00 numa aplicação que paga uma taxa de juros compostos de 18% a.a. Qual o valor que terei na aplicação no período da viagem?

Resposta: No período da viagem terei R$ 20.346,48 na aplicação. . (Cálculos realizados com quatro casas decimais.)

Faça valer a pena

1. Um gerente de uma instituição bancária tem convencido seus clientes a investir R$ 150,00 por mês, durante um ano, numa aplicação que paga a juros compostos a taxa de 1,01% a.m. Determine o resultado final da aplicação.

a) R$ 1.979,03.

b) R$ 1.903,96.

c) R$ 1.997,30.

d) R$ 1.990,73.

e) R$ 1.993,07.

2. Uma pessoa orçou a pintura de sua casa em R$ 5.000,00. Para poder contratar o pintor, decidiu investir numa aplicação por 7 meses, sabendo que esta paga 1,23% a.m. de taxa de juros compostos. Determine o valor a ser depositado mensalmente para que se tenha, ao final do período, o valor orçado da pintura.

a) R$ 868,69.

b) R$ 988,66.

c) R$ 866,98.

d) R$ 669,88.

e) R$ 688,69.

3. Um investimento de R$ 120,00 por mês, numa aplicação que paga taxa de juros compostos de 1,08% a.m., resultou em R$ 1.942,66. Determine o tempo de investimento.

a) 15 meses.

b) 21 meses.

c) 12 meses.

d) 51 meses.

e) 11 meses.

Seção 4.2

Determinação da taxa de juros do valor futuro

Diálogo aberto

Caro aluno,

Esta seção atende às competências:

• Geral: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.

• Técnica: conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.

Em conformidade com o que define seu programa de aprendizado, assim atendendo ao esperado, agora aprenderemos a determinar a taxa de juros compostos imposta num investimento, aplicação ou numa situação de Valor Futuro.

Quantas vezes temos conhecimento do valor aplicado periodicamente, do tempo da aplicação e de seu resultado? Assim, nos deparamos com a necessidade de conhecer a taxa de juros do investimento para que possamos fazer novas análises e projeções futuras de investimento. Você já conhece a técnica da Determinação da Taxa de Juros do Valor Futuro, teve a oportunidade de aplicá-la na Seção 3.4 – Determinação da Taxa de Juros do Valor Presente. Lá, a técnica aplicada foi o Método de Newton-Raphson, que também usaremos aqui, mas com base na fórmula do Valor Futuro, vista na seção anterior.

Para que possa vivenciar essa situação, você foi inserido numa situação de realidade profissional introduzida no início desta unidade, que gerou a seguinte situação-problema, que você deverá resolver:

A reforma do novo pátio de distribuição da empresa em que você é sócio foi financiada e a última parcela será paga como resultado de uma aplicação de R$ 10.000,00 por mês, durante seis meses. Essa aplicação resultou, num período de quatro meses, o valor de R$ 48.763,64, depositando

R$ 12.000,00 por mês. Portanto, sua missão é determinar a taxa de juros dessa aplicação, e também o resultado do investimento de R$ 10.000,00.

Você, a cada seção, resolverá uma situação-problema e na última seção, além de resolver a situação-problema proposta, deverá apresentar um relatório demonstrando que as situações-problemas estão interligadas, apresentando o resultado da situação de realidade profissional.

O sucesso dessa missão terá como suporte a teoria apresentada a seguir.

Não pode faltar

Como citado anteriormente, a técnica utilizada na determinação da taxa de juros do valor futuro já foi apresentada na Seção 3.4, que é o Método de Newton-Raphson, mas agora com base na fórmula do Valor Futuro (Seção 4.1):

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Se o Método de Newton-Raphson nos permite determinar a taxa de juros fazendo de:

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$$

Então precisamos conhecer:

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{VF}{dep} i_j - (1+i_j)^n + 1$

- Função marginal da taxa de juros compostos – $f'(i_j) = \frac{VF}{dep} - n(1+i_j)^{n-1}$

- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Onde:

VF = valor futuro, ou resultado da aplicação/investimento.

ij = taxa de juros compostos.

n = número total de depósitos.

dep = valor depositado periodicamente.

ij+1 = próxima taxa de juros compostos.

Vamos aprender o mecanismo do método:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

- Se $|f(i_j)| \leq 0{,}0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta na aplicação.
- Se $|f(i_j)| > 0{,}0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta na aplicação, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j, calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}), que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que $|f(i_j)| \leq 0{,}0001$.

Assimile

- Função da taxa de juros compostos – $f(i_j) = \frac{VF}{dep} i_j - (1 + i_j)^n + 1$

- Função marginal da taxa de juros compostos – $f'(i_j) = \frac{VF}{dep} - n(1 + i_j)^{n-1}$

- Função de Newton-Raphson – $i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$ (Cálculo da próxima taxa de juros compostos.)

Reflita

Será essa a única forma de determinar a taxa de juros de uma aplicação?

Pesquise mais

Amplie sua visão sobre o assunto:

Disponível em: <http://www.crc-ce.org.br/crcnovo/download/matematica_financeira.pdf>. (Acesso em: 2 mar. 2016).

Exemplificando

Determine a taxa de juros compostos utilizada numa aplicação mensal de R$ 500,00, durante 12 meses, que resultou em R$ 6.430,18. (Inicie os cálculos com a taxa de 1% a.m.)

Resolução: todos os cálculos serão realizados com quatro casas decimais.

VF = R$ 6.430,18.

i_j = taxa de juros compostos que desejamos encontrar.

n = 12.

dep = R$ 500,00/mês.

Vamos determinar as funções:

$$f(i_j) = \frac{VF}{dep} i_j - \left(1 + i_j\right)^n + 1$$

$$f(i_j) = \frac{6430,18}{500} i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f(i_j) = 12,8604 i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f'(i_j) = \frac{VF}{dep} - n\left(1 + i_j\right)^{n-1}$$

$$f'(i_j) = \frac{6430,18}{500} - 12\left(1 + i_j\right)^{12-1}$$

$$f'(i_j) = 12,8604 - 12\left(1 + i_j\right)^{11}$$

1ª Iteração:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo.

$i_j = 0,01$

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

$$f(i_j) = 12,8604 i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f(0,01) = 12,8604 \cdot 0,01 - \left(1 + 0,01\right)^{12} + 1$$

$$f(0,01) = 0,1286 - 1,1268 + 1 \Rightarrow f(0,01) = 0,0018$$

$$\left|f(0,01)\right| = 0,0018 > 0,0001$$

• Como $\left|f(0,01)\right| = 0,0018 > 0,0001$, então $i_j = 0,01$ não é a taxa de juros compostos imposta na aplicação, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j, calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$

$$f'(i_j) = 12,8604 - 12\left(1 + i_j\right)^{11}$$

$$f'(0,01) = 12,8604 - 12(1+0,01)^{11}$$

$$f'(0,01) = 12,8604 - 13,3884$$

$$f'(0,01) = -0,528$$

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}) que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f(i_j)}{f'(i_j)}$$

$$i_{j+1} = 0,01 - \frac{f(0,01)}{f'(0,01)} \Rightarrow i_{j+1} = 0,01 - \frac{0,0018}{-0,5280}$$

$$i_{j+1} = 0,0134$$

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

2ª Iteração:

Voltando ao 2º passo com $i_j = 0,0134$.

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

$$f(i_j) = 12,8604 i_j - (1+i_j)^{12} + 1$$

$$f(0,0134) = 12,8604 \cdot 0,0134 - (1+0,0134)^{12} + 1$$

$$f(0,0134) = 0,1723 - 1,1732 + 1 \Rightarrow f(0,0132) = -0,0009$$

$$|f(0,0132)| = 0,0009 > 0,0001$$

• Como $|f(0,0132)| = 0,0009 > 0,0001$, então $i_j = 0,0132$ não é a taxa de juros compostos imposta na aplicação, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j, calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

$$f'(i_j) = 12,8604 - 12\left(1 + i_j\right)^{11}$$

$$f'(0,0132) = 12,8604 - 12\left(1 + 0,0132\right)^{11}$$

$$f'(0,01) = 12,8604 - 13,8624$$

$$f'(0,01) = -1,002$$

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}), que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$$

$$i_{j+1} = 0,0132 - \frac{f\left(0,0132\right)}{f'\left(0,0132\right)} \Rightarrow i_{j+1} = 0,0132 - \left(\frac{-0,0009}{-0,5280}\right)$$

$$i_{j+1} = 0,0123$$

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

3ª Iteração:

Voltando ao 2º passo com $i_j = 0,0123$.

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

$$f(i_j) = 12,8604 i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f(0,0123) = 12,8604 \cdot 0,0123 - \left(1 + 0,0123\right)^{12} + 1$$

$$f(0,0123) = 0,1582 - 1,1580 + 1 \Rightarrow f(0,0123) = 0,0002$$

$$\left|f(0,0123)\right| = 0,0002 > 0,0001$$

- Como $\left|f(0,0123)\right| = 0,0002 > 0,0001$, então $i_j = 0,0132$ não é a taxa de juros compostos imposta na aplicação, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j, calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

$$f'(i_j) = 12,8604 - 12\left(1 + i_j\right)^{11}$$

$$f'(0,0123) = 12,8604 - 12\left(1 + 0,0123\right)^{11}$$

$$f'(0,01) = 12,8604 - 13,7268$$

$$f'(0,01) = -0,8664$$

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}), que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$$

$$i_{j+1} = 0,0123 - \frac{f\left(0,0123\right)}{f'\left(0,0123\right)} \Rightarrow i_{j+1} = 0,0123 - \left(\frac{0,0002}{-0,8664}\right)$$

$$i_{j+1} = 0,0125$$

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}) determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

4ª Iteração:

Voltando ao 2º passo com $i_j = 0,0125$.

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

$$f(i_j) = 12,8604 i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f(0,0125) = 12,8604 \cdot 0,0125 - \left(1 + 0,0125\right)^{12} + 1$$

$$f(0{,}0125) = 0{,}1608 - 1{,}1608 + 1 \Rightarrow f(0{,}0125) = 0{,}0000$$

$$|f(0{,}0125)| = 0{,}0002 > 0{,}0001$$

Como $|f(0{,}0125)| = 0{,}0000 < 0{,}0001$, então $i_j = 0{,}0125$ é a taxa de juros compostos imposta na aplicação, FIM.

Resposta: a taxa de juros compostos utilizada na aplicação foi de 1,25% a.m.

Vamos resolver o mesmo exercício usando uma organização mais prática, isso não significa que os passos e cálculos apresentados anteriormente não terão de ser realizados:

VF = R$ 6.430,18.

ij = taxa de juros compostos que desejamos encontrar.

n = 12.

dep = R$ 500,00/mês.

Vamos determinar as funções:

$$f(i_j) = \frac{VF}{dep} i_j - \left(1 + i_j\right)^n + 1$$

$$f(i_j) = \frac{6430{,}18}{500} i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f(i_j) = 12{,}8604 i_j - \left(1 + i_j\right)^{12} + 1$$

$$f'(i_j) = \frac{VF}{dep} - n\left(1 + i_j\right)^{n-1}$$

$$f'(i_j) = \frac{6430{,}18}{500} - 12\left(1 + i_j\right)^{12-1}$$

$$f'(i_j) = 12{,}8604 - 12\left(1 + i_j\right)^{11}$$

$$i_{j+1} = i_j - \frac{f\left(i_j\right)}{f'\left(i_j\right)}$$

Vamos dar início aos cálculos.

A tabela é uma forma de você ter uma visão mais rápida dos seus resultados:

	1º passo	2º passo	3º passo	4º passo	5º passo
Iterações	i_j	$f(i_j)$	$f'(i_j)$	i_{j+1}	
1ª	0,01	0,0018 O módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	-0,5280	0,0134	Usar o valor do 4º passo (0,0134) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
2ª	0,0134	-0,0009 Novamente o módulo do desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos.	-1,002	0,0123	Usar o valor do 4º passo (0,0123) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
3ª	0,0123	0,0002 Novamente o módulo desse valor é maior que 0,0001, continue os cálculos	-0,8664	0,0125	Usar o valor do 4º passo (0,0125) no 1º passo e recomeçar os cálculos.
4ª	0,0125	0,0000 O módulo desse valor é menor que 0,0001, portanto, o valor do 1º passo (0,0125) é a taxa de juros compostos do financiamento. (FIM)			

Resposta: a taxa de juros compostos utilizada na aplicação foi de 1,25% a.m.

Faça você mesmo

Uma aplicação, após 7 meses de depósitos mensais e iguais a R$ 1.200,00, resultou num montante de R$ 8.983,32. Determine a taxa de juros compostos imposta nessa aplicação. (Inicie os cálculos fazendo uso de 2,5% a.m.)

Resposta: a taxa de juros compostos imposta nessa aplicação foi de 2,23% a.m.

Sem medo de errar

Com o aprendizado que lhe foi proporcionado no *Não Pode Faltar* e no *Faça você mesmo,* você está preparado para resolver o problema em que foi inserido.

A reforma do novo pátio de distribuição da empresa em que você é sócio foi financiada e a última parcela será paga com resultado de uma aplicação de R$ 10.000,00 por mês, durante seis meses. Essa aplicação resultou, num período de quatro meses, o valor de R$ 48.763,64, depositando R$ 12.000,00 por mês. Portanto, sua missão é determinar a taxa de juros dessa aplicação, e também o resultado do investimento de R$ 10.000,00.

Resolução:

1ª Etapa: determinando a taxa de juros compostos da aplicação:

VF = R$ 48.763,64.

ij = taxa de juros compostos que desejamos encontrar.

n = 04.

dep = R$ 12.000,00/mês.

Vamos determinar as funções:

$$f(i_j) = \frac{VF}{dep} i_j - \left(1 + i_j\right)^n + 1$$

$$f(i_j) = \frac{48763,64}{12000} i_j - \left(1 + i_j\right)^4 + 1$$

$$f(i_j) = 4,0636 i_j - \left(1 + i_j\right)^4 + 1$$

$$f'(i_j) = \frac{VF}{dep} - n\left(1 + i_j\right)^{n-1}$$

$$f'(i_j) = 4,0636 - 4\left(1 + i_j\right)^3$$

Vamos dar início aos cálculos.

A tabela é uma forma de você ter uma visão mais rápida dos seus resultados:

	1º passo	2º passo	3º passo	4º passo
Iterações	i_j	$f(i_j)$	$f'(i_j)$	i_{j+1}
1ª	0,02	-0,0012	-0,1812	0,0134
2ª	0,0134	-0,0002	-0,0992	0,0114
3ª	0,0114	-0,0001 FIM		

A taxa de juros compostos utilizada na aplicação foi de 1,14% a.m.

2ª Etapa: Determinar o resultado da aplicação de R$ 10.000,00/mês.

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

VF = o que desejamos conhecer.

ij = 1,14% a.m. = 0,0114 a.m.

n = 06.

dep = R$ 10.000,00/mês.

$$VF = 10000\left[\frac{(1+0{,}0114)^{6}-1}{0{,}0114}\right]$$

$$VF = 10000\left[\frac{1{,}0704-1}{0{,}0114}\right]$$

$$VF = R\$61754{,}39$$

Resposta: essa aplicação paga uma taxa de juros compostos de 1,14% a.m., por isso a aplicação de R$ 10.000,00 por mês resultará, após seis meses, no montante de R$ 61.754,39.

Atenção

Os cálculos da determinação da taxa de juros apresentados nesta seção são válidos somente para taxas de juros compostos.

Lembre-se

Você ainda deverá ter bem sedimentado o conhecimento de taxa equivalente em juros compostos apresentado na Seção 1.3:

$$i_{eq} = (1+i)^{p/a} - 1$$

Ou

$$i_{eq} = \sqrt[a]{(1+i)^{p}} - 1$$

Onde:

a= período apresentado.

p= período pedido, ou desejado.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Determinação da Taxa de Juros do Valor Futuro	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer e saber aplicar técnicas matemáticas para determinação de taxa de juros compostos de Valor Futuro.
3. Conteúdos relacionados	Juros compostos.
4. Descrição da SP	Uma pessoa sabe que aplicando R$ 700,00 por mês durante um ano terá, ao término, um rendimento de R$ 9.320,13. Essa mesma pessoa deseja saber, caso aplique R$ 1.000,00 por mês durante oito meses, quanto irá resgatar?
5. Resolução da SP	Para responder a essa pergunta teremos de resolver o problema em duas etapas: primeiro determinando a taxa de juros compostos da aplicação que não é dada no problema, e segundo, com o conhecimento da taxa de juros podemos determinar o valor a ser resgatado pelo investimento de R$ 1.000,00 por mês. (Inicie seus cálculos com 1,3% a.m.) 1ª Etapa: determinando a taxa de juros compostos da aplicação: VF = R$ 9.320,13. ij = taxa de juros composto que desejamos encontrar. n = 12. dep = R$ 700,00/mês. Vamos determinar as funções: $f(i_j) = \frac{VF}{dep} i_j - (1+i_j)^n + 1$ $f(i_j) = \frac{9320,13}{700} i_j - (1+i_j)^{12} + 1$ $f(i_j) = 13,3145 i_j - (1+i_j)^{12} + 1$ $f'(i_j) = \frac{VF}{dep} - n(1+i_j)^{n-1}$ $f'(i_j) = 13,3145 - 12(1+i_j)^{11}$ Vamos dar início aos cálculos. A tabela é uma forma de ter uma visão mais rápida dos resultados:

	1º passo	2º passo	3º passo	4º passo
Iterações	i_j	$f(i_j)$	$f'(i_j)$	i_{j+1}
1ª	0,013	0,0054	-0,5179	0,0234
2ª	0,0234	-0,0083	-2,1619	0,0196
3ª	0,0196	-0,0012	-1,5415	0,0188
4ª	0,0188	-0,0002	-1,4143	0,0187
5ª	0,0187	0,0000 (FIM)		

A taxa de juros compostos utilizada na aplicação foi de 1,87% a.m.

2ª Etapa: determinar o resultado da aplicação de R$ 10.000,00/mês.

$$VF = dep\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

VF = o que desejamos conhecer.
ij = 1,87% a.m. = 0,0187 a.m.
n = 08.
dep = R$ 1.000,00/mês.

$$VF = 1000\left[\frac{(1+0{,}0187)^8 - 1}{0{,}0187}\right]$$

$$VF = 1000\left[\frac{1{,}1598 - 1}{0{,}0187}\right]$$

$$VF = R\$8545{,}50$$

Resposta: essa aplicação paga uma taxa de juros compostos de 1,87% a.m., por isso a aplicação de R$ 1.000,00 por mês resultará, após oito meses, no montante de R$ 8.545,50.

Lembre-se

Os passos necessários para aplicar os métodos matemáticos para determinação da taxa de juros do Valor Futuro:

1º passo: estipular uma taxa de juros compostos inicial em valor relativo (i_j).

2º passo: substituir i_j na função da taxa de juros compostos $f(i_j)$.

- Se $|f(i_j)| \le 0{,}0001$, então i_j é a taxa de juros compostos imposta na aplicação.

- Se $|f(i_j)| > 0{,}0001$, então i_j não é a taxa de juros compostos imposta aplicação, vá para o 3º passo.

3º passo: usando o valor da taxa de juros compostos i_j, calcule o valor da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$.

4º passo: usando os valores da taxa de juros compostos (i_j), da função da taxa de juros compostos $f(i_j)$ e da função marginal da taxa de juros compostos $f'(i_j)$, calcule a próxima taxa de juros compostos (i_{j+1}), que deverá substituir a última taxa que não deu certo.

5º passo: com a nova taxa (i_{j+1}), determinada no passo anterior, volte ao 2º passo e refaça os cálculos como se essa fosse a taxa inicial, esquecendo-se da taxa anterior.

Os passos deverão ser repetidos até que $\left|f(i_j)\right| \leq 0{,}0001$.

Faça você mesmo

Uma pessoa depositou mensalmente R$ 2.000,00, durante quinze meses, e resultou num montante de R$ 34.586,83. Qual a taxa de juros compostos paga por aplicação?

Resposta: essa aplicação pagou uma taxa de juros compostos de 2,00% a.m.

Faça valer a pena

(Todos os cálculos deverão ser realizados com quatro casas decimais.)

1. Uma aplicação de R$ 1.600,00 mensais durante 16 meses resultou num montante de R$ 28.913,78. Determine a taxa de juros compostos que foi paga na aplicação. (Inicie seus cálculos fazendo uso de 3,11% a.m.)

a) 0,16% a.m.

b) 6,01% a.m.

c) 1,60% a.m.

d) 6,10% a.m.

e) 1,06% a.m.

2. Uma aplicação, após 2 anos, apresentou um resultado de R$ 8.306,62, depositando mensalmente R$ 300,00. Calcule a taxa de juros paga por aplicação. (Inicie seus cálculos com taxa de juros de 1,00% a.m.)

a) 1,22% a.m.
b) 2,21% a.m.
c) 2,12% a.m.
d) 2,22% a.m.
e) 1,11% a.m.

3. Um investidor aplica mensalmente R$ 1.500,00 há um ano e o resultado desse investimento foi de R$ 18.813,51. Qual a taxa de juros desse investimento? (Inicie seus cálculos com uma taxa de juros de 1,00% a.m.)

a) 1,08% a.m.
b) 8,01% a.m.
c) 0,18% a.m.
d) 0,80% a.m.
e) 1,80% a.m.

Seção 4.3

Amortização

Diálogo aberto

Caro aluno,

Nesta Seção 4.3 estudaremos dois sistemas de amortização de contrato de financiamento muito comuns em nosso país, o SAC (Sistema de Amortização Constante) e o Sistema PRICE. Os sistemas citados são muitos aplicados pelas instituições bancárias em financiamentos a longo prazo de imóveis.

Para que possa entender a aplicação prática desses sistemas de amortização, você novamente será inserido como sócio proprietário de uma empresa que está reformando o novo pátio de distribuição. Reforma essa, de um ano, que está sendo executada sob contrato de financiamento em sistema de amortização constante em pagamentos trimestrais sob a taxa nominal anual de 15% no valor de R$ 1.200.000,00. Nas seções anteriores você definiu o valor de pagamento da entrada, e também definiu a verba resultante de um investimento que fará parte de pagamento da última parcela do financiamento da reforma; agora deverá calcular o valor da última parcela a ser paga do financiamento dessa reforma.

Esta seção atende às competências gerais e técnicas de sua formação, sendo elas:

- Competência Geral: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.

- Competência Técnica: conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.

Você, a cada seção, resolverá uma situação-problema e na última seção, além de resolver a situação-problema proposta, deverá a presentar um relatório demonstrando que as situações-problemas estão interligadas, apresentando o resultado da situação de realidade profissional.

Sabendo o que nos espera, vamos aos estudos!

Não pode faltar

No Brasil, para financiamento de compra de imóveis, são utilizados dois métodos de amortização da dívida de compra: o SAC (Sistema de Amortização Constante) e o PRICE (Sistema Francês de Amortização).

- SAC – Sistema de Amortização Constante: caracteriza-se por suas parcelas apresentarem um comportamento decrescente, é um sistema muito utilizado para o financiamento de compra de imóveis.

- PRICE – Sistema Francês de Amortização: tem como característica suas parcelas serem iguais, e também tem maior aplicação em financiamento de veículos.

No Quadro 4.1 apresentamos uma comparação entre os sistemas SAC e PRICE:

Quadro 4.1 | Comparação entre os Sistemas SAC e PRICE.

	SAC	PRICE
Prestações	Decrescente.	Constante.
Amortizações	Constante.	Crescente.
Juros	Decrescente.	Decrescente.
Vantagens	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação ao Price, o valor das prestações cai continuamente.	Valor da prestação é o mesmo durante o financiamento e a prestação inicial é menor em relação à calculada pela SAC.
Desvantagens	Prestação inicial maior em relação à calculada pelo Sistema Price, e o valor das prestações varia todo mês.	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação ao SAC, o valor das prestações não diminui.

Fonte: adaptado de <http://www.financiamento.com.br/faq/diferenca-sistema-sac-price.php>. Acesso em: 9 mar. 2016.

Assimile

Os sistemas de amortização SAC e PRICE são muito aplicados no Brasil para financiamentos imobiliários e de veículos.

SAC – Sistema de Amortização Constante

Os cálculos do SAC são operados obedecendo às seguintes formulações:

• Amortização (Am)

$$Am = \frac{VP}{n}$$

VP = valor a ser financiado.

n = número de parcelas do financiamento.

• Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_{k-1} = Dívida, ou restante a ser pago.

i = taxa de juros compostos.

• Parcela (P_k)

$$P_k = Am + J_k$$

Am = Amortização.

J_k = Juros.

• Dívida (D_k)

Obs: a dívida inicial (D_0) = VP e as demais.

$$D_{k+1} = D_k - Am$$

D_k = valor da dívida atual.

D_{k+1} = valor da próxima dívida.

Am = valor da amortização.

Exemplificando

Um empréstimo de R$ 6.000,00 será parcelado em três vezes mensais, sob o SAC com taxa de juros compostos de 1,2% a.m. Determine os valores das parcelas.

Resolução:

• Amortização (Am)

$$Am = \frac{VP}{n}$$

VP = R$ 6.000,00.

n = 3 parcelas mensais.

$$Am = \frac{6000}{3} \Rightarrow Am = \text{R\$}2.000,00$$

Definimos a amortização, que será constante de R$ 2.000,00.

Calculando a primeira parcela a ser paga:

• Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_k = D_k = VP = R$ 6.000,00.

i = 1,2%a.m. = 0,012 a.m.

$$J_1 = D_0 \cdot i \Rightarrow J_1 = 6000 \cdot 0{,}012 \Rightarrow J_1 = R\$72{,}00$$

• Parcela (P_k)

$$P_k = Am + J_k$$

Am = R$ 2.000,00.

J_k = R$ 72,00.

$$P_1 = 2000 + 72 \Rightarrow P_1 = R\$2072,00$$

A primeira parcela a ser paga será de R$ 2.072,00.

- Dívida (D_k)

$$D_{k+1} = D_k - Am$$

D_0 = R$ 6.000,00.

D_1 = valor da próxima dívida que desejamos saber.

Am = R$ 2.000,00.

$$D_1 = D_0 - Am$$

$$D_1 = 6000 - 2000 \Rightarrow D_1 = R\$4000,00$$

Pagando a primeira parcela, você ainda estará devendo R$ 4.000,00, porque, da dívida de R$ 6.000,00, foi amortizado R$ 2.000,00, e esse valor de R$ 4.000,00 será a base de cálculo da segunda parcela.

Calculando a segunda parcela a ser paga:

- Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

$D_k = D_1$ = R$ 4.000,00.

i = 1,2%a.m. = 0,012 a.m.

$$J_2 = D_1 \cdot i \Rightarrow J_2 = 4000 \cdot 0,012 \Rightarrow J_2 = R\$48,00$$

- Parcela (P_k)

$$P_k = Am + J_k$$

Am = R$ 2.000,00.

J_2 = R$ 47,14.

$$P_2 = 2000 + 48 \Rightarrow P_2 = R\$2048,00$$

A segunda parcela a ser paga será de R$ 2.048,00.

• Dívida (D_k)

$$D_{k+1} = D_k - Am$$

D_1 = R$ 4.000,00.

D_2 = valor da próxima dívida que desejamos saber.

Am = R$ 2.000,00.

$$D_2 = D_1 - Am$$
$$D_2 = 4000 - 2000 \Rightarrow D_2 = R\$2000,00$$

Pagando a segunda parcela, você ainda estará devendo R$ 2.000,00, porque, da dívida de R$ 4.000,00, foi amortizado R$ 2.000,00, e esse valor de R$ 2.000,00 será a base de cálculo da segunda parcela

Calculando a terceira parcela a ser paga:

• Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_k = D_2 = R$ 2.000,00.

i = 1,2%a.m. = 0,012 a.m.

$$J_3 = D_2 \cdot i \Rightarrow J_3 = 2000 \cdot 0,012 \Rightarrow J_3 = R\$24,00$$

• Parcela (P_k)

$$P_k = Am + J_k$$

Am = R$ 2.000,00.

J_3 = R$ 22,57.

$$P_3 = 2000 + 24 \Rightarrow P_3 = R\$2024,00$$

A terceira parcela a ser paga será de R$ 2.024,00.

• Dívida (D_k)

$$D_{k+1} = D_k - Am$$

D_1 = R$ 2.000,00.

D_2 = valor da próxima dívida que desejamos saber.

Am = R$ 2.000,00.

$$D_2 = D_1 - Am$$

$$D_2 = 2000 - 2000 \Rightarrow D_2 = R\$0,00$$

Pagando a terceira parcela, você não estará mais devendo, porque, da dívida de R$ 2.000,00, foi amortizado R$ 2.000,00, com isso você quita o empréstimo

Reposta: os valores das parcelas a serem pagas mensalmente são, respectivamente, R$ 2.072,00; R$ 2.048,00 e R$ 2.024,00.

Vamos apresentar o mesmo cálculo organizado por tabela, uma vez você entendendo bem os conceitos, resolver em tabela torna-se mais e mais prático. Veja a seguir:

	Dívida (Dk) $D_{k+1} = D_k - Am$	**Amortização (Am)** $Am = \frac{VP}{n}$	**Juros (Jk)** $J_k = D_{k-1} \cdot i$	**Parcela (Pk)** $P_k = Am + J_k$
0	D_0 = 6.000,00			
1	D_1 = 4.000,00	2.000,00	J_1 = 72,00	P_1 = 2.072,00
2	D_2 = 2.000,00	2.000,00	J_2 = 48,00	P_2 = 2.048,00
3	D_3 = 0,00	2.000,00	J_3 = 24,00	P_3 = 2.024,00
Σ		**6.000,00**		**6.144,00**

Reposta: os valores das parcelas a serem pagas mensalmente são, respectivamente, R$ 2.072,00; R$ 2.048,00 e R$ 2.024,00.

Faça você mesmo

Um bem com valor à vista de R$ 8.100,00 será parcelado em três vezes mensais sob o SAC com taxa de juros compostos de 1,5% a.m. Determine os valores das parcelas.

Reposta: os valores das parcelas a serem pagas mensalmente são, respectivamente, R$ 2.821,50; R$ 2.781,00 e R$ 2.740,50.

Sistema PRICE de amortização

Nesse sistema as parcelas ou prestações são iguais e operamos os cálculos fazendo uso das fórmulas:

- Parcela (parc)

$$parc = \frac{VP \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

VP = valor à vista, ou a ser financiado.

i = taxa de juros compostos.

n = número de parcelas a serem pagas.

- Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_{k-1} = Dívida ou restante a ser pago.

i = taxa de juros compostos.

- Amortização (Am_k)

$$Am_k = parc - J_k$$

parc = parcela.

J_k = juros.

- Dívida (D_k)

$$D_k = D_{k-1} - Am_k$$

D_k = valor da dívida atual.

D_{k-1} = valor da dívida anterior.

Am_k = valor da amortização.

Exemplificando

Um empréstimo de R$ 6.000,00 será parcelado em três vezes mensais sob o sistema PRICE de amortização, com taxa de juros compostos de 1,2% a.m. Determine o saldo devedor a cada parcela paga.

Resolução:

- Parcela (parc)

$$parc = \frac{VP \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

VP = R$ 6.000,00.

i = 1,2% a.m. = 0,012 a.m.

n = 3.

$$parc = \frac{6000 \cdot 0{,}012 \cdot (1+0{,}012)^3}{(1+0{,}012)^3 - 1}$$

$$parc = \frac{72 \cdot 1{,}0364}{1{,}0364 - 1} \Rightarrow parc = \frac{74{,}6208}{0{,}0364}$$

$parc = R\$2048{,}19$ (as 3 parcelas a serem pagas terão esse valor)

1ª parcela:

- Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_{k-1} = R$ 6.000,00 (pois ainda nenhuma parcela foi paga).

i = 0,012 a.m.

$$J_1 = 6000 \cdot 0{,}012 \Rightarrow J_1 = R\$72{,}00$$

- Amortização (Am_k)

$$Am_k = parc - J_k$$

parc = R$ 2.048,19.

J_1 = R$ 72,00.

$$Am_1 = parc - J_1 \Rightarrow Am_1 = 2048{,}19 - 72 \Rightarrow Am_1 = R\$1976{,}19$$

• Dívida (D_k)

$$D_k = D_{k-1} - Am_k$$

D_k = D_1 =o que desejamos saber.

D_{k-1} = D0 = R$ 6.000,00.

Am_k = Am_1 = R$ 1.976,19.

$$D_1 = D_0 - Am_1 \Rightarrow D_1 = 6000 - 1976{,}19 \Rightarrow D_1 = R\$4023{,}81$$

Pagando a primeira parcela, ainda estará devendo R$ 4.023,81.

2ª parcela:

• Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_1 = R$ 4.023,81.

i = 0,012 a.m.

$$J_2 = 4023{,}81 \cdot 0{,}012 \Rightarrow J_2 = R\$48{,}29$$

• Amortização (Am_k)

$$Am_k = parc - J_k$$

parc = R$ 2.048,19.

J_2 = R$ 48,29

$$Am_2 = parc - J_2 \Rightarrow Am_2 = 2048{,}19 - 48{,}29 \Rightarrow Am_2 = R\$1999{,}90$$

• Dívida (D_k)

$$D_k = D_{k-1} - Am_k$$

D_k = D_2 = o que desejamos saber.

D_{k-1} = D_1 = R$ 4.023,81.

Am_2 = R$ 1.999,90.

$$D_2 = D_1 - Am_2 \Rightarrow D_2 = 4023,81 - 1999,90 \Rightarrow D_2 = R\$2023,91$$

Pagando a segunda parcela, ainda estará devendo R$ 2.023,91.

3ª parcela:

• Juros (J_k)

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

D_2 = R$ 2.023,91.

i = 0,012 a.m.

$$J_3 = 2023,91 \cdot 0,012 \Rightarrow J_3 = R\$24,29$$

• Amortização (Am_k)

$$Am_k = parc - J_k$$

parc = R$ 2.048,19.

J_3 = R$ 24,28.

$$Am_3 = parc - J_3 \Rightarrow Am_3 = 2048,19 - 24,29 \Rightarrow Am_3 = R\$2023,91$$

• Dívida (D_k)

$$D_k = D_{k-1} - Am_k$$

D_k = D3 = o que desejamos saber.

D_{k-1} = D2 = R$ 2.023,90.

Am_3 = R$ 2.023,91.

$$D_3 = D_2 - Am_3 \Rightarrow D_3 = 2023,91 - 2023,91 \Rightarrow D_3 = R\$0,00$$

Pagando a terceira parcela, não mais estará devendo, portanto você pagou o empréstimo.

Reposta: pagando a primeira, a segunda e a terceira parcelas os saldos devedores serão, respectivamente, R$ 4.023.81, R$ 2.023,91 e R$ 0,00.

Vamos apresentar o mesmo cálculo organizado por tabela; uma vez você entendendo bem os conceitos, resolver em tabela torna-se mais e mais prático. Veja a seguir:

	Parcela (parc)	Juros (Jk) $J_k = D_{k-1} \cdot i$	Am (Amk) $Am_k = parc - J_k$	Dívida (Dk) $D_k = D_{k-1} - Am_k$
0				6.000,00
1	2.048,19	72,00	1.976,19	4.023,81
2	2.048,19	48,29	1.999,90	2.023,91
3	2.048,19	24,29	2.023,91	0,00
Σ	**6.144,57**		**6.000,00**	

Reposta: pagando a primeira, a segunda e a terceira parcelas os saldos devedores serão, respectivamente, R$ 4.023.81, R$ 2.023,91 e R$ 0,00.

Reflita

Podemos afirmar que um sistema de amortização (SAC e PRICE) é melhor que outro?

Pesquise mais

Para que possa ter maior familiaridade com o assunto, acesse:

Disponível em: <http://www2.unemat.br/eugenio/files_financeira/8_sistema_de_amortizacao.htm>. Acesso em: 10 mar. 2016.

Disponível em: <http://www.financiamento.com.br/faq/diferenca-sistema-sac-price.php>. Acesso em: 9 mar. 2016.

Faça você mesmo

Um bem com valor à vista de R$ 8.100,00 será parcelado em três vezes mensais e iguais a R$ 2.781,40, sob o sistema PRICE de amortização com taxa de juros compostos de 1,5% a.m. Determine a amortização no pagamento de cada parcela.

Reposta: as amortizações serão, respectivamente, R$ 2.659,90; R$ 2.699,80 e R$ 2.740,30.

Sem medo de errar

A reforma do pátio de distribuição está sendo executada sob contrato de financiamento de um ano, em Sistema de Amortização Constante com pagamentos trimestrais sob a taxa nominal anual de 15%, no valor de R$ 1.200.000,00. Na Seção 4.1 você definiu o valor de pagamento da entrada, sendo de R$ 894.000,00, agora deverá calcular o valor da última parcela a ser paga.

Resolução:

Sabendo que o valor da reforma é de R$ 1.200.000,00 com entrada de R$ 894.000,00, portanto, o valor a ser financiado é:

$$VP = AV - E \Rightarrow VP = 1200000 - 894000 \Rightarrow VP = R\$306000,00$$

Portanto, o valor financiado nas condições acima citadas é de R$ 306.000,00.

Agora vamos ajustar a taxa para a situação de nosso interesse, como já estudado na Seção 2.3 e exaustivamente aplicado: estamos trabalhando em situação de juros compostos e a taxa apresentada é nominal, então devemos transformá-la em efetiva, e também é anual e teremos de passá-la para trimestral da seguinte forma:

$$i_{ef} = \left(\frac{d}{n} + 1\right)^{f} - 1$$

Em que:

i_{ef} = taxa efetiva.

d = taxa nominal.

n = período da taxa nominal, em dias.

f = período da taxa efetiva, em dias.

$$i_{ef} = \left(\frac{0{,}15}{360}+1\right)^{90} - 1 \Rightarrow i_{ef} = 1{,}0004^{90} - 1 \Rightarrow i_{ef} = 0{,}0366$$

i_{ef} = 3,66% ao trimestre.

Com as informações ajustadas, podemos determinar o valor da última parcela, que é a quarta parcela do financiamento pelo SAC (Sistema de Amortização Constante).

	Dívida (D_k) $D_{k+1} = D_k - Am$	Amortização (Am) $Am = \frac{VP}{n}$	Juros (J_k) $J_k = D_{k-1} \cdot i$	Parcela (P_k) $P_k = Am + J_k$
0	306.000,00			
1	229.500,00	76.500,00	11.199,60	87.699,60
2	153.000,00	76.500,00	8.399,70	84.899,70
3	76.500,00	76.500,00	5.599,80	82.099,80
4	0,00	76.500,00	2.799,90	**79.299,90**
Σ		**306.000,00**		**333.999,00**

Portanto, o valor da última parcela de financiamento será de R$ 79.299,90.

Atenção

Tenha em mente sempre as características de cada sistema de amortização apresentado:

	SAC	PRICE
Prestações	Decrescente.	Constante.
Amortizações	Constante.	Crescente.
Juros	Decrescente.	Decrescente.
Vantagens	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação ao Price, o valor das prestações cai continuamente.	Valor da prestação é o mesmo durante o financiamento e a prestação inicial é menor em relação à calculada pelo SAC.
Desvantagens	Prestação inicial maior em relação à calculada pelo Sistema Price, e o valor das prestações varia todo mês.	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação ao SAC, o valor das prestações não diminui.

Fonte: adaptado de: <http://www.financiamento.com.br/faq/diferenca-sistema-sac-price.php>. Acesso em: 09 mar. 2016.

Lembre-se

Os cálculos aqui apresentados são em regime de juros compostos, por isso você deverá ter todos os conceitos relativos a juros compostos muito bem sedimentados; sempre que puder revise os conceitos apresentados nas unidades anteriores.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

<table>
<tr><th colspan="2">Amortização</th></tr>
<tr><td>1. Competência Geral</td><td>Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.</td></tr>
<tr><td>2. Objetivos de aprendizagem</td><td>Ter domínio conceitual e prático dos sistemas de amortização mais aplicados no Brasil: SAC e PRICE.</td></tr>
<tr><td>3. Conteúdos relacionados</td><td>Conceitos básicos de juros compostos.</td></tr>
<tr><td>4. Descrição da SP</td><td>Um produto cujo valor à vista é R$ 20.000,00 teve sua venda negociada com entrada de R$ 4.000,00 e quatro parcelas mensais iguais a R$ 4.223,42, sob taxa de juros compostos de 2,21% a.m., o financiamento se deu em PRICE. Determine a amortização em cada parcela.</td></tr>
<tr><td>5. Resolução da SP</td><td>Atenção: o valor financiado não é R$ 20.0000,00 porque houve uma entrada de R$ 4.000,00, então o financiado (VP) é de R$ 16.000,00.
<table>
<tr><th></th><th>Parcela (parc)</th><th>Juros (J_k) $J_k = D_{k-1} \cdot i$</th><th>Am (Am_k) $Am_k = parc - J_k$</th><th>Dívida (D_k) $D_k = D_{k-1} - Am_k$</th></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td>16.000,00</td></tr>
<tr><td>1</td><td>4.223,42</td><td>353,60</td><td>3.869,82</td><td>12.130,18</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4.223,42</td><td>268,08</td><td>3.955,34</td><td>8.174,85</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4.223,42</td><td>180,66</td><td>4.042,75</td><td>4.132,10</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4.223,42</td><td>91,32</td><td>4.132,10</td><td>0,00</td></tr>
<tr><td>$\sum$</td><td>16.893,68</td><td></td><td>16.000,00</td><td></td></tr>
</table>
Respostas: as amortizações referentes às parcelas da primeira à última serão: R$ 3.869,82; R$ 3.955,34; R$ 4.042,75 e R$ 4.132,10.</td></tr>
</table>

Lembre-se

As fórmulas utilizadas nos sistemas de amortizações são:

• SAC

$$Am = \frac{VP}{n}$$

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

$$P_k = Am + J_k$$

$$D_{k+1} = D_k - Am$$

• PRICE

$$parc = \frac{VP \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$J_k = D_{k-1} \cdot i$$

$$Am_k = parc - J_k$$

$$D_k = D_{k-1} - Am_k$$

Faça você mesmo

Um equipamento cujo valor à vista é R$ 27.000,00 teve sua venda financiada pelo SAC, sob taxa de juros compostos de 1,27% a.m., com entrada de R$ 5.000,00 e quatro parcelas mensais. Determine os valores das parcelas desse financiamento.

Respostas: os valores das parcelas em ordem de pagamento serão: R$ 5.779,40; R$ 5.709,55; R$ 5.646,05 e R$ 5.569,85.

Faça valer a pena

1. Um equipamento cujo valor à vista é R$ 28.000,00 teve sua venda financiada pelo SAC, sob taxa de juros compostos de 1,21% a.m., em quatro parcelas mensais. Determine os valores das parcelas do financiamento citado na ordem de pagamento.

a) R$ 7.254,10; R$ 7.338,80; R$ 7.169,40 e R$ 7.084,70.

b) R$ 7.338,80; R$ 7.169,40; R$ 7.084,70 e R$ 7.254,10.

c) R$ 7.254,10; R$ 7.169,40; R$ 7.338,80 e R$ 7.084,70.

d) R$ 7.338,80; R$ 7.254,10; R$ 7.169,40 e R$ 7.084,70.

e) R$ 7.254,10; R$ 7.169,40; R$ 7.084,70 e R$ 7.338,80.

2. Um equipamento cujo valor à vista é R$ 28.000,00 teve sua venda financiada pelo Sistema PRICE, sob taxa de juros compostos de 1,21% a.m. em quatro parcelas mensais e iguais a R$ 7.213,02. Determine os valores das amortizações ocorridas no financiamento citado, na ordem de pagamento das parcelas.

a) R$ 6.874,22; R$ 6.957,40; R$ 7.041,59 e R$ 7.126,79.

b) R$ 6.957,40; R$ 6.874,22; R$ 7.041,59 e R$ 7.126,79.

c) R$ 7.041,59; R$ 6.874,22; R$ 6.957,40 e R$ 7.126,79.

d) R$ 6.874,22; R$ 7.041,59; R$ 6.957,40 e R$ 7.126,79.

e) R$ 7.126,79; R$ 6.874,22; R$ 6.957,40 e R$ 7.041,59.

3. Um imóvel está à venda sob o valor à vista de R$ 360.000,00, podendo ser financiado pelo Sistema de Amortização Constante em parcelas mensais pelo período de 20 anos. Determine a amortização mensal desse financiamento.

a) R$ 1.500,00.

b) R$ 18.000,00.

c) R$ 15.000,00.

d) R$ 1.800,00.

e) R$ 1.080,00.

Seção 4.4

Conta garantida – cheque especial

Diálogo aberto

Caro aluno,

Chegamos à última seção do nosso livro didático, a Seção 4.4. Esta seção é muito interessante, pois esclarecerá uma situação que quase todos vivem: o uso do Cheque Especial. Sempre nos perguntamos como são calculados os juros que nos são cobrados?

Após se dedicar ao entendimento da teoria e dos cálculos aqui apresentados, você verá que é muito simples, e também que o Cheque Especial é para uso estritamente necessário, não abuse desse crédito que o banco fornece.

Para que possa vivenciar a teoria e os cálculos apresentados, vamos continuar considerando a situação de realidade profissional desta unidade. Você sabe que a última parcela a ser paga do financiamento dessa reforma é de R$ 79.299,90 (calculada na Seção 4.3), e que para pagar essa parcela fará uso de uma verba de R$ 61.754,39, proveniente de uma aplicação (calculada na Seção 4.2), e o restante virá da conta bancária da empresa. Como a empresa tem outros compromissos a saldar, provavelmente deverá fazer uso de seu cheque especial, e a instituição bancária cobra uma taxa de juros simples de 144% a.a. e IOF de 0,07% ao dia.

Você deverá, no último dia do mês, apresentar os juros a serem cobrados pelo uso do cheque especial e o saldo bancário da empresa; o extrato bancário é dado a seguir:

Data	Histórico	Movimento	Saldo
01	De transporte		1.000,00 +
03	Clientes	400.000,00 +	
05	Fornecedores	150.000,00 -	
05	Funcionários	100.000,00 -	
10	Encargos Fiscais	170.000,00 -	
13	Clientes	50.000,00 +	

15	Pagamento da Reforma		
22	Pagamento de Manutenção	20.000,00 -	
28	Pagamento de Mat. Construção	85.000,00 -	
30	Cliente	100.000,00 +	
30	Juros do Cheque Especial		

E para finalizar o estudo da unidade, você deverá apresentar um relatório em que deverá constar: as condições do financiamento da reforma, as condições em que foi paga a última parcela do financiamento e o saldo bancário da empresa.

Os resultados cobrados nesta seção atendem às seguintes competências:

• Geral: conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.

• Técnica: conhecer técnicas de cálculo de financiamentos e investimentos.

Para que tenhamos êxito nesta última empreitada, vamos aos estudos!

Não pode faltar

Como nosso estudo é "Conta Garantida – Cheque Especial", então, iremos estudar o Método Hamburguês de cálculo dos juros a serem cobrados ao final de um período de trinta dias.

A formulação matemática que compreende o Método Hamburguês para conta garantida ou cheque especial é:

$$J = (i + IOF)\sum SD \cdot d$$

Em que:

J = juros a serem cobrados pelo uso da conta garantida ou cheque especial.

i = Taxa de juros simples ao dia.

IOF = Imposto sobre operações financeiras, ao dia.

SD = Saldo devedor.

d = Número de dias em que o saldo devedor (SD) não se altera.

Assimile

A Conta Garantida – Cheque Especial tem como base o Método Hamburguês de cálculo, que por sua vez é um cálculo de juros simples.

Reflita

Como seria minha vida sem cheque especial?

Pesquise mais

Aprofunde-se no assunto, acesse:

Disponível em: <http://www.felcontbrasil.com/resources/Informativos/Calculos%20produtos%20bancarios.pdf>. Acesso em: 11 mar. 2016.

Exemplificando

Uma instituição bancária cobra os juros do cheque especial no último dia de cada mês, cobrando uma taxa de juros simples de 0,1% a.d. e IOF de 0,04% a.d. Para o extrato bancário a seguir, calcule os juros a serem pagos pelo uso da conta garantida, sabendo que o último dia do mês é 30.

Data	Histórico	Movimento	Saldo
01	De transporte		200,00 +
05	Remuneração	2.500,00 +	
05	Débito	600,00 -	
07	Débito	1.200,00 -	
10	Cheque	400,00 -	
10	Débito	700,00 -	
15	Débito	300,00 -	
15	Débito	200,00 -	
15	Cheque	400,00 -	
22	Débito	100,00 -	
22	Débito	200,00 -	
28	Cheque	200,00 -	
30	Juros – Conta Garantida		

Resolução:

Vamos calcular o saldo dia a dia:

Data	Histórico	Movimento [R$]	Saldo [R$]
01	De transporte		200,00 +
05	Remuneração	2.500,00 +	2.700,00 +
05	Débito	600,00 -	2.100,00 +
07	Débito	1.200,00 -	900,00 +
10	Cheque	400,00 -	500,00 +
10	Débito	700,00 -	200,00 -
15	Débito	300,00 -	500,00 -
15	Débito	200,00 -	700,00 -
15	Cheque	400,00 -	1.100,00 -
22	Débito	100,00 -	1.200,00 -
22	Débito	200,00 -	1.400,00 -
28	Cheque	200,00 -	1.600,00 -
30	Juros – Conta Garantida		

Vamos lançar os saldos devedores de cada dia numa tabela (Tabela 4.1); quando no mesmo dia tiver mais de um saldo devedor, lançar o último saldo do dia.

Para preencher a coluna "d", você deverá observar o SD, não se altera.

Ex.: dia 10 o saldo devedor é de R$ 200,00, o próximo saldo devedor aparece dia 15, portanto, o "d" para R$ 200,00 é 5 (15 - 10).

* O último SD (saldo devedor) deverá ser considerado até a data de fechamento, no dia 30 – último dia do mês, então "d" é 2 (28 - 30).

Tabela 4.1 | Tabela dos saldos devedores (SD)

SD	d	$SD \cdot d$	
200,00	5	$200 \cdot 5$	1.000,00
1.100,00	7	$1100 \cdot 7$	7.700,00
1.400,00	6	$1400 \cdot 6$	8.400,00
1.600,00	2*	$1600 \cdot 2$	3.200,00
		Σ	20.300,00
			$\sum SD \cdot d$

Agora podemos calcular os juros a serem cobrados:

$$J = \left(i + IOF\right)\sum SD \cdot d$$

J = juros a serem cobrados pelo uso da Conta Garantida ou Cheque Especial que desejamos conhecer.

i = 0,1% a.d. = 0,001 a.d.

IOF = 0,04% a.d. = 0,0004 a.d.

$$J = \left(0{,}001 + 0{,}0004\right)20300 \Rightarrow J = R\$28{,}42$$

Voltamos ao extrato - lançamos os juros e o saldo:

Data	Histórico	Movimento [R$]	Saldo [R$]
01	De transporte		200,00 +
05	Remuneração	2.500,00 +	2.700,00 +
05	Débito	600,00 -	2.100,00 +
07	Débito	1.200,00 -	900,00 +
10	Cheque	400,00 -	500,00 +
10	Débito	700,00 -	200,00 -
15	Débito	300,00 -	500,00 -
15	Débito	200,00 -	700,00 -
15	Cheque	400,00 -	1.100,00 -
22	Débito	100,00 -	1.200,00 -
22	Débito	200,00 -	1.400,00 -
28	Cheque	200,00 -	1.600,00 -
30	Juros – Conta Garantida	**28,42 -**	**1.628,42 -**

Resposta: no dia 30 serão cobrados juros de R$ 28,42, tornando o saldo negativo em R$ 1.628,42.

Faça você mesmo

Uma instituição bancária cobra os juros do cheque especial no último dia de cada mês, cobrando uma taxa de juros simples de 0,15% a.d. e IOF de 0,05% a.d. Para o extrato bancário a seguir, calcule os juros a serem pagos pelo uso da conta garantida, sabendo que o último dia do mês é 30.

Data	Histórico	Movimento	Saldo
01	De transporte		1.000,00 -
05	Remuneração	2.700,00 +	

05	Débito	650,00 -	
07	Débito	100,00 -	
9	Cheque	700,00 -	
10	Débito	500,00 -	
15	Débito	300,00 -	
15	Débito	200,00 -	
18	Cheque	400,00 -	
24	Débito	200,00 -	
24	Débito	50,00 -	
29	Cheque	100,00 -	
30	Juros – Conta Garantida		

Resposta: no dia 30 serão cobrados juros de R$ 37,80, tornando o saldo negativo em R$ 1.537,80.

Sem medo de errar

Você sabe que a última parcela a ser paga do financiamento da reforma da Metalúrgica é de R$ 79.299,90 (calculada na Seção 4.3), e que para pagar essa parcela fará uso de uma verba de R$ 61.754,39 proveniente de uma aplicação (calculada na Seção 4.2) e o restante virá da conta bancária da empresa. Como a empresa tem outros compromissos a saldar, provavelmente deverá fazer uso de seu cheque especial, e a instituição bancária cobra uma taxa de juros simples de 144% a.a. e IOF de 0,07% ao dia.

Você deverá, no último dia do mês, apresentar os juros a serem cobrados pelo uso do cheque especial e o saldo bancário da empresa; o extrato bancário é dado a seguir:

Data	Histórico	Movimento	Saldo
01	De transporte		1.000,00 +
03	Clientes	400.000,00 +	
05	Fornecedores	150.000,00 -	
05	Funcionários	100.000,00 -	
10	Encargos Fiscais	170.000,00 -	
13	Clientes	50.000,00 +	
15	Pagamento da Reforma		
22	Pagamento de Manutenção	20.000,00 -	

28	Pagamento de Mat. Construção	85.000,00 -	
30	Cliente	100.000,00 +	
30	Juros do Cheque Especial		

Resolução:

Como a última parcela ser paga é de R$ 79.299,90 e há uma verba de R$ 61.754,39, o valor faltante deverá ser retirado da conta bancária da empresa. O valor é:

$$V_{c/b} = 79.299,90 - 61.754,39 \Rightarrow V_{c/b} = \text{R\$ } 17.545,51$$

Portanto, o valor a ser retirado da conta bancária para o pagamento da última parcela do financiamento é 17.545,51.

Voltando ao extrato bancário, vamos lançar a retirada para o pagamento da última parcela do financiamento; calculamos os saldos diários, assim teremos condições de calcular os juros pelo uso de cheque especial e o saldo no final do mês.

Data	Histórico	Movimento	Saldo
01	De transporte		1.000,00 +
03	Clientes	400.000,00 +	401.000,00 +
05	Fornecedores	150.000,00 -	251.000,00 +
05	Funcionários	100.000,00 -	151.000,00 +
10	Encargos Fiscais	170.000,00 -	19.000,00 -
13	Clientes	50.000,00+	31.000,00 +
15	Pagamento da Reforma	**17.545,51 -**	13.454,49 +
22	Pagamento de Manutenção	20.000,00 -	6.545,51 -
28	Pagamento de Mat. Const.	85.000,00 -	91.545,51 -
30	Clientes	100.000,00 +	8.454,49 +
30	Juro de Cheque Especial		

Tabela 4.2 | Tabela dos saldos devedores (SD)

SD	d	$SD \cdot d$
19.000,00	3	57.000,00
6.545,51	6	39.273,06
91.545,51	2	183.091,02
	Σ	279.364,08
		$\sum SD \cdot d$

Agora podemos calcular os juros a serem cobrados:

$$J = (i + IOF)\sum SD \cdot d$$

J = juros a serem cobrados pelo uso da Conta Garantida ou Cheque Especial que desejamos conhecer.

i = 144% a.a. = 1,44 a.a.

IOF = 0,07% a.d. = 0,0007 a.d.

$$J = \left(\frac{1,44}{360} + 0,0007\right) 279364,08 \Rightarrow J = R\$\ 1.313,01$$

Voltamos ao extrato e lançamos os juros e o saldo:

Data	Histórico	Movimento	Saldo
01	De transporte		1.000,00 +
03	Clientes	400.000,00 +	401.000,00 +
05	Fornecedores	150.000,00 -	251.000,00 +
05	Funcionários	100.000,00 -	151.000,00 +
10	Encargos Fiscais	170.000,00 -	19.000,00 -
13	Clientes	50.000,00+	31.000,00 +
15	Pagamento da Reforma	**17.545,51 -**	13.454,49 +
22	Pagamento de Manutenção	20.000,00 -	6.545,51 -
28	Pagamento de Mat. Const.	85.000,00 -	91.545,51 -
30	Clientes	100.000,00 +	8.454,49 +
30	Juro de Cheque Especial	1.313,01 -	**7.141,48 +**

Resposta: no dia 30 será cobrado juros de R$ 1.313,01, deixando um saldo positivo de **R$ 7.141,48**.

Finalizando:

A reforma do pátio de distribuição cujo valor à vista era de R$ 1.200.000,00 foi paga com entrada de R$ 894.000,00, resultado de uma aplicação de 36 meses, o restante foi financiado em 4 parcelas trimestrais no Sistema de Amortização Constante (SAC), nos seguintes valores R$ 87.699,60; R$ 84.899,70, R$ 82.099,80 e R$ 79.299,90.

A última parcela cujo valor era R$ 79.299,90 foi paga com um montante de R$ 61.754,39 resultado de uma aplicação de 6 meses, e mais **R$ 17.545,51** que foi retirado da conta bancária da empresa.

No mês do pagamento da última parcela do financiamento da reforma, a empresa apresentou um saldo bancário, no último dia do mês, de **R$ 7.141,48**.

Atenção

Juros cobrados em conta garantida são sob o regime de juros simples.

Assimile

$$J = (i + IOF) \sum SD \cdot d$$

Em que:

J = juros a serem cobrados pelo uso da Conta Garantida ou Cheque Especial.

i = Taxa de juros simples ao dia.

IOF = Imposto sobre Operações Financeiras ao dia.

SD = Saldo devedor.

d = Número de dias em que o saldo devedor (SD) não se altera.

Avançando na prática

Pratique mais
Desafiamos você a praticar o que aprendeu transferindo seus conhecimentos para novas situações que pode encontrar no ambiente de trabalho. Realize as atividades e depois as compare com as de seus colegas.

Conta Garantida – Cheque Especial	
1. Competência Geral	Conhecer os métodos e técnicas de cálculo de valor do dinheiro no tempo.
2. Objetivos de aprendizagem	Conhecer as técnicas de cálculo dos juros do cheque especial.
3. Conteúdos relacionados	Juros simples.

4. Descrição da SP

Dado os saldos de uma conta garantida, em que se cobra uma taxa de juros de 0,2% a.d. e IOF de 0,07% a.d., determine os juros a serem cobrados no último dia do mês (30) pelo uso da garantia da conta.

Data	Saldo [R$]
01	1.000,00 +
10	800,00 +
17	300,00 -
17	200,00 +
22	600,00 -
22	1.300,00 -
29	1.600,00 -

5. Resolução da SP

Tabela 4.3 – Tabela dos saldos devedores (SD)

SD	d	$SD \cdot d$
1.300,00	7	9.100,00
1.600,00	1	1.600,00
	Σ	10.700,00
		$\sum SD \cdot d$

Agora podemos calcular os juros a serem cobrados:

$$J = (i + IOF)\sum SD \cdot d$$

J = juros a serem cobrados pelo uso da Conta Garantida ou Cheque Especial que desejamos conhecer.
i = 0,2% a.d. = 0,002 a.d.
IOF = 0,07% a.d. = 0,0007 a.d.

$$J = (0{,}002 + 0{,}0007)10700 \Rightarrow J = R\$28{,}89$$

Resposta: os juros a serem cobrados no último dia do mês pelo uso da garantia da conta serão de R$ 28,89.

Lembre-se

A relação de taxa equivalente em juros simples é válida nesse assunto.

Faça você mesmo

Dados os saldos de uma conta garantida, em que se cobra uma taxa de juros de 0,17% a.d. e IOF de 0,042% a.d., determine os juros a serem cobrados no último dia do mês (30) pelo uso da garantia da conta.

Data	Saldo [R$]
01	1.000,00 -
10	900,00 +
17	300,00 +
17	200,00 -
22	600,00 -
23	1.300,00 -
29	1.600,00 +

Resposta: os juros a serem cobrados no último dia do mês pelo uso da garantia da conta serão de R$ 39,01.

Faça valer a pena

1. Determine o saldo no dia 30 de uma conta garantida, pois nesse dia serão cobrados os juros dessa conta, considerando o extrato a seguir. A conta bancária em questão está sujeita a uma taxa de juros simples de 0,2% a.d. e IOF de 0,07% a.d.

Data	Histórico	Movimento [R$]	Saldo [R$]
01	De transporte		100,00 +
05	Remuneração	1.500,00 +	
10	Cheque	900,00 -	
10	Débito	800,00 -	
15	Débito	300,00 -	
22	Débito	200,00 -	
30	Juros – Conta Garantida		

a) Negativo de R$ 672,18.

b) Negativo de R$ 612,78.

c) Negativo de R$ 621,87.

d) Negativo de R$ 617,28.

e) Negativo de R$ 678,12.

2. Os cálculos para determinação dos juros a serem cobrados de uma conta em regime de cheque especial apresentaram $\sum SD \cdot d = R\$17.620,00 dia$ e a instituição bancária cobra taxa de juros simples de 0,17% a.d. e IOF de 0,05% a.d. Determine os juros a serem cobrados dessa conta.

a) R$ 37,87.

b) R$ 73,78.

c) R$ 37,68.

d) R$ 86,73.

e) R$ 38,76.

3. Uma conta garantida que cobra IOF de 0,06% a.d. teve $\sum SD \cdot d = R\$186.000,00$ e cobrou juros de R$ 334,80. Com essas informações, determine a taxa de juros simples cobrada.

a) 0,21% a.d.

b) 2,01% a.d.

c) 0,12% a.d.

d) 2,10% a.d.

e) 1,02% a.d.

Referências

ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

CARVALHO, L. C. S.; ELIA, B. S.; DECOTELLI, C. A. **Matemática financeira aplicada**. Rio de Janeiro: Editora da FGV, 2009.

KMETEUK FILHO, Osmir. **Fundamentos da matemática financeira**. 2. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2010.

Anotações

Anotações

Anotações

ISBN 978-85-8482-435-9
9 788584 824359 >